Vaardigheden

bladzijde 242

1a $17\frac{1}{2}$
b € 600
c $22\frac{1}{2}$
d 200

2a $66\frac{2}{3}\%$
b 10 %
c $12\frac{1}{2}\%$
d 25%

3a $\frac{3}{10}\times 80 = 24$
b $\frac{1}{8}\times 180 = 22\frac{1}{2}$
c $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times 66 = \frac{1}{6}\times 66 = 11$

4a Grove schatting: 20% van 500 is 100. Berekening geeft $0{,}177\times 521 = 92{,}217$.
b Schatting: 20% van 200 is 40. Berekening geeft $0{,}198\times 210 = 41{,}58$.
c Een schatting: 5% van 5, dus 0,25. Berekening leert $0{,}049\times 4{,}9 = 0{,}2401$.

5a $\frac{48-40}{60-40}\times 100\% = 40\%$
b $\frac{14-5}{14-4}\times 100\% = 90\%$
c $\frac{44{,}6-42{,}5}{47{,}5-42{,}5}\times 100\% = 42\%$

6a Eerst op volgorde van grootte zetten. Je krijgt 22, 23, 23, 24, 25, 32, 44, 55, 64, 66, 66, 77, 88. Er zijn 13 getallen, dus je moet het 7^{e} getal hebben. De mediaan is 44.
b De geordende rij is 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 12, 23. Er zijn 14 getallen. De mediaan is nu het gemiddelde van de middelste twee (7^{e} en 8^{e} getal). Mediaan $\frac{3+3}{2} = 3$.

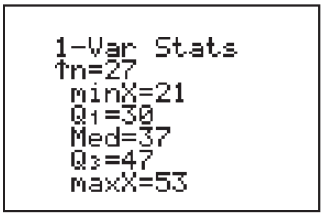
7a Van 3+4+10+11+3=31 bomen.
b $\frac{24}{31}\times 100\% \approx 77{,}4\%$
c $\frac{25}{31}\times 100\% \approx 80{,}6\%$
d De klassenmiddens zijn 63, 69, 75, 81 en 87 feet. Omdat je met klassenmiddens werkt krijg je slechts een benadering van het werkelijke gemiddelde.

Het geschatte gemiddelde = $\frac{3\times 63+4\times 69+10\times 75+11\times 81+3\times 87}{31} \approx 76$ feet.

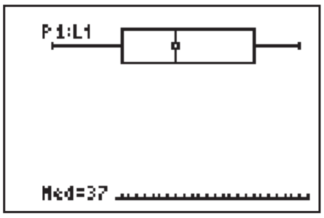
Het heeft niet zoveel zin om een cijfer achter de komma mee te nemen.
De berekening met klassenmiddens is toch al onnauwkeurig.
e Ga uit van 76 als gemiddelde. De 14 bomen van de hoogste 2 klassen zijn hoger dan 76 feet en naar schatting ook $\frac{78-76}{78-72}\times 100\% = 33\frac{1}{3}\%$ van de middelste klasse, dus ongeveer 3 bomen. Het gevraagde antwoord is 14+3=17 bomen.

bladzijde 243

8 Je voert via knop STAT en optie EDIT de gegevens in lijst L1in. Via knop STAT en keuze CALC en 1-Var Stats L1 (je moet wel naar beneden scrollen) verschijnt op het scherm alles wat je nodig hebt om de boxplot te tekenen.

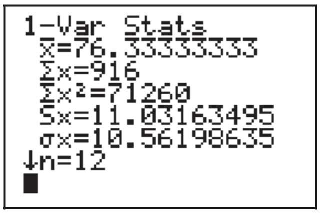


Via knop STAT PLOT en keuzen van type boxplot en L1 en tenslotte knop TRACE verschijnt de boxplot zelf op het scherm.



9a Via knop STAT en optie EDIT vul je lijsten L1 (met rij 1) en L2 (met rij2).

b Via knop STAT en keuze CALC en 1-Var Stats L1 krijg je

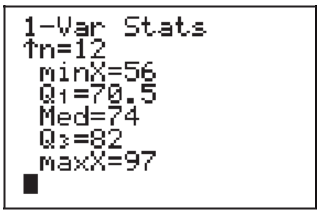


Het gemiddelde van rij 1 is dus 76,33 en de standaardafwijking 10,56.
Via knop STAT en keuze CALC en 1-Var Stats L2 krijg je in beeld dat het gemiddelde van rij 2 73,25 is en de standaardafwijking 10,89.

c De gemiddelden gaan ook 3 naar beneden en de standaardafwijkingen blijven gelijk.

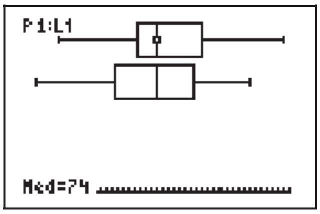
d Zowel de gemiddelden als de standaardafwijkingen worden 3 keer zo klein.

e Als je via knop STAT de keuzen CALC en 1-Var Stats L1 maakt en op het scherm naar beneden scrollt, dan krijg je:



Van rij 1 is de mediaan dus 74 en de kwartielafstand $82-70,5=11,5$. Als je dezelfde bewerking uitvoert op lijst L2, krijg je voor rij 2 als mediaan 74 (zelfde als rij 1) en als kwartielafstand $80,5-66,5=14$.

f Met STAT PLOT, het aanzetten van plot 1 voor L1 en plot2 voor L2 en tenslotte TRACE krijg je de 2 boxplots.

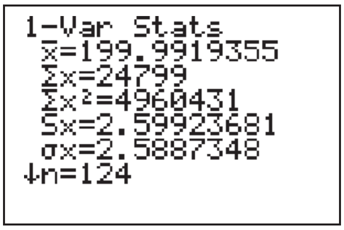


10a Met knop DISTR optie 2 kom je bij normalcdf. Daarna moet je 4 parameters invullen. De linker- en de rechtergrens van het gebied waarvan je de kans wilt weten en verder het gemiddelde en de standaardafwijking van de normale verdeling.
Je krijgt nu $\text{normalcdf}\,(80, 1E\,^\wedge 99, 75, 7) \approx 0{,}238$ en het gevraagde percentage is ongeveer 23,8 %.

b Je krijgt nu $\text{normalcdf}\,(65, 70, 75, 7) \approx 0{,}161$. Het gevraagde percentage is 16,1%.

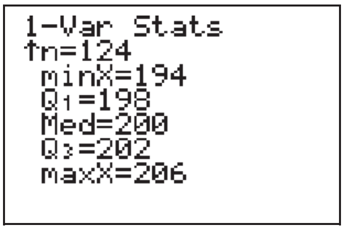
c Je kunt deze vraag vertalen in: Welke lichaamsgewichten horen bij de lichtste 80% van de studenten. In deze vorm kun je rechtstreeks invNorm gebruiken, te vinden met knop DISTR en optie 3. Bij invNorm moet je 3 parameters invullen, de laatste 2 zijn weer het gemiddelde en de standaardafwijking van de normale verdeling. De eerste parameter is in dit geval de kans 0,8. InvNorm (0,8; 75; 7) ≈ 80,9 betekent dat links van 80,9 kg 80% van de verdeling ligt. Rechts van 80,9 kg dus 20%. Het antwoord op de gestelde vraag is: de gewichten $\geq 80{,}9$ kg .

d Gezocht worden de waarden van de twee grenzen L (links) en R (rechts). Tussen L en R ligt de middelste 20% van de studentenpopulatie. Omdat de normale verdeling symmetrisch is moet links van R 60% van de verdeling liggen en moeten L en R aan weerszijden even ver van gemiddelde 75 liggen. R = invNorm(0,6; 75; 7) ≈ 76,8 kg en dus moet $L \approx 75 - 1{,}8 = 73{,}2$ kg zijn. Tussen 73,2 en 76,8 kg ligt de middelste 20% van de studentenpopulatie.



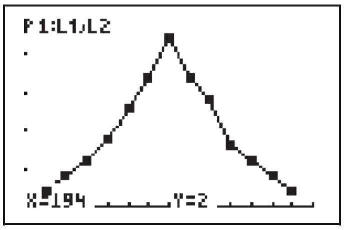
11a Het gemiddelde is vrijwel 200.

b Naar beneden scrollen op het scherm levert:



De mediaan is dus (net als het gemiddelde) 200. De kwartielafstand is $202 - 198 = 4$.

c Je gaat naar STATPLOT en kiest voor plot1=on en type frequentiepolygoon met Xlist L1 en Ylist L2. Met een geschikt venster (X van 193 tot 207 en Y van 0 tot 25) krijg je:



d De verdeling is redelijk symmetrisch maar is een beetje te spits om op de normale verdeling te kunnen lijken. Nee dus.

12a P=normcdf(200, 1E^99, 190, 15) $\approx 0{,}252$

b Kies Y1=invNorm(0.65, 190, x). Je zoekt de x waarvoor de waarde van Y1 ongeveer 200 wordt. Via TBLSET met TblStart = 1 en ΔTbl = 1 vind je met knop TABLE al snel:

X	Y1
20	197.71
21	198.09
22	198.48
23	198.86
24	199.25
25	199.63
26	200.02

X=26

De standaardafwijking is 26.

c Kies nu Y1=normInv(0.81, x, 15). Je zoekt weer een x waarvoor Y1=200. Via TBLSET met bij voorbeeld TblStart = 180 en ΔTbl = 1 vind je met knop TABLE al gauw:

X	Y1
181	194.17
182	195.17
183	196.17
184	197.17
185	198.17
186	199.17
187	200.17

X=187

G zit dus tussen 186 en 187 in. Via knop TBLSET met TblStart = 186 en ΔTbl = 0.1 kun je het zoekproces verfijnen. Je komt dan uit op G= 168,8.

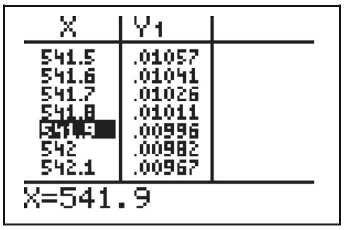
Door elkaar

bladzijde 244

1a P(kuipje weegt minder dan 500 g) = normalcdf (-1E^99; 500; 520; 18) $\approx$ 0,1333 .
Dus 13,3% van de kuipjes zullen minder dan 500 g bevatten.

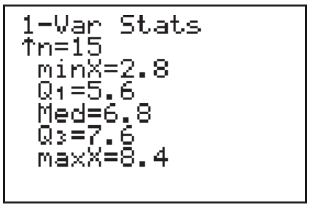
b InvNorm rekent met de linkerkant van de normale verdeling. Het gezochte grensgewicht is dus invNorm (0,95; 520, 18) $\approx$ 549,6 g. De kuipjes met de sticker bevatten minstens 539,7 g.

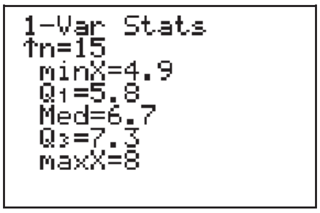
c We zoeken het gemiddelde *x* waarvoor Normalcdf (-1E^99; 500; *x*; 18) $\approx$ 0,01 is. Voer Y1= Normalcdf (-1E^99; 500; *x*; 18) in in je rekenmachine en onderzoek met TABLE welke *x* daaraan voldoet. Kies in TBLSET bijvoorbeeld TblStart=540 en Δ Tbl=0,1.



Na enig gezoek vind je een gemiddeld vulgewicht van 541,9 g.

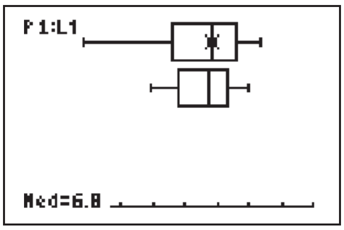
2a Je voert met knop STAT en optie EDIT de proefwerkcijfers en rapportcijfers in in lijsten L1 en L2. Via knop STAT en optie CALC krijg je voor lijsten L1 en L2:





Proefwerkcijfers: Mediaan = 6,8; Kwartielafstand = 7,6 – 5,6 = 2;
Spr.breedte = 8,4 – 2,8 = 5,6.
Rapportcijfers: Mediaan = 6,7; Kwartielafstand = 7,3 – 5,8 = 1,5;
Spr.breedte = 8 – 4,9 = 3,1.

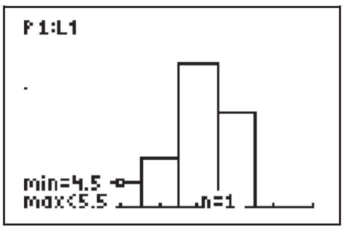
b

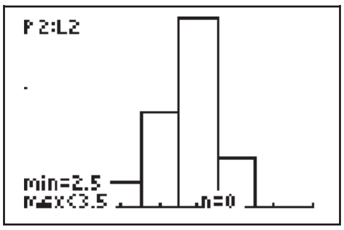


c frequentietabel:

	[2,5; 3,5>	[3,5; 4,5>	[4,5; 5,5>	[2,5; 6,5>	[6,5; 7,5>	[7,5; 8,5>
pr.werkcijfers	1	1	1	2	6	4
rapportcijfers	0	0	1	4	8	2

d Via STATPLOT kun je met de goede instelling van WINDOW (Xmin=2,5 Xmax=10, Xscl=1) krijg je de histogrammen in beeld.



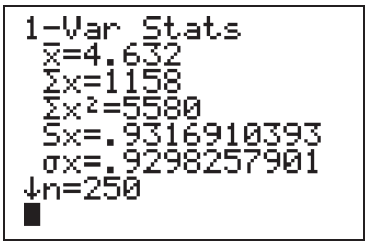


e Rapportcijfers zijn gemiddelden, en gemiddelden hebben de neiging om naar het midden te trekken. Rapportcijfers zullen dus vaak dichter bij elkaar liggen dan proefwerkcijfers.

3a De klassenbreedte is 1.

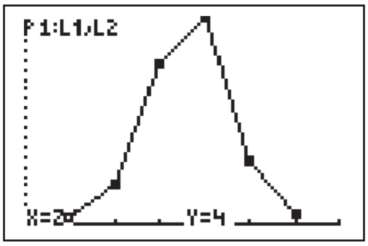
b Er zijn 250 waarnemingen. De mediaan is het gemiddelde van de 125^e en de 126^e waarneming nadat de waarneming op volgorde zijn gezet. Via de klassenindeling zijn de waarnemingen op volgorde geplaatst. De mediaan zit in de klasse [4,5; 5,5>. In deze klasse zitten namelijk de waarnemingen 107 t/m 213.

c Je voert met knop STAT en optie EDIT de klassenmiddens 2, 3, 4, 5, 6 en 7 in in L1 en bijbehorende frequenties in L2. Via knop STAT en optie CALC krijg je op je scherm “1-Var Stats”. Je moet dan “L1, L2” erachter tikken (de komma niet vergeten). Je krijgt:



De gemiddelde diameter is dus 4,632 mm en de standaardafwijking ongeveer 0,930 mm.

d Via de knop STAT PLOT en optie frequentiepolygoon verschijnt:

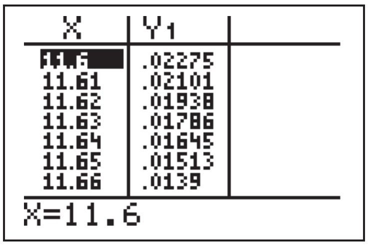


4a $P(\text{beide zakken} > 11{,}7 \text{ kg}) = P(\text{zak } 1 > 11{,}7 \text{ kg}) \times P(\text{zak } 2 > 11{,}7 \text{ kg}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

b $P(\text{één zak} > 12 \text{ kg}) =$ normalcdf (12; 1E^99; 11,7;0,3) $\approx 0{,}1587$ dus
$P(\text{beide zakken} > 12 \text{ kg}) \approx (0{,}1587)^2 = 0{,}0252$.

c $P(\text{een willekeurige zak } \geq 11 \text{ kg}) = \text{normalcdf}(11;1\text{E}\wedge 99;11,7;0,3) \approx 0{,}9902$.
Dat percentage is dus in de buurt van 99% en de partij voldoet aan de eis.

d Voer in in je rekenmachine $\text{Y1} = \text{normalcdf}(-1E \wedge 99;11;x;0,3)$. We zoeken het gemiddelde vulgewicht x waarvoor $\text{normalcdf}(-1E \wedge 99;11;x;0,3) \approx 0{,}02$. Na enig gezoek via de knop TABLE, waarbij je uiteindelijk neemt $\Delta\text{Tbl} = 0{,}01$ vind je:



Het gezochte gemiddelde vulgewicht is dus 11,62 kg.

ICT Nagenoeg normaal

bladzijde 246

1a Alleen in de periode 1989/1991 is het gemiddelde van 3 408 en 3 336 precies 3 372 dus moeten er precies evenveel jongens als meisjes geboren zijn. Voor de andere 3 perioden is er een kleine afwijking.

b Bij deze berekening is uitgegaan van de klassenmiddens.

c Voor de periode 1994/1996 is het gemiddelde 3 473,25.
Voor de periode 1998/2000 is het gemiddelde 3 502,25.
Voor de periode 2002/2004 is het gemiddelde 3 498,5.

d Als je een kromme door de middens van de staven tekent zie je geen mooie klokvorm ontstaan. Het geboortegewicht is dus niet echt normaal verdeeld.

e Klik rechts in het diagram en kies voor Brongegevens. Waarden veranderen in =Blad1$D$4:$K$4 en je krijgt het diagram voor de periode 1994/1996.
Zo kun je voor elke periode een staafdiagram maken.
De grafiek voor de periode 1994/1996 is het meest symmetrisch en komt het dichtst bij een normale verdeling.

2a 26,8% moet groter zijn dan 88 kg. Je kunt bij kans links natuurlijk ook 0,732 zetten.

b De standaardafwijking is 10,83 kg.

c Klik bij Gezochte parameter op Grens/Kans en kies als grens 90. 21,1% is zwaarder dan 90 kg.

bladzijde 247

3a De kans om 1, 2, 3, 4, 5 of 6 te gooien is natuurlijk $\frac{1}{6} \approx 0{,}1667$.

b Nee.

c De som van het aantal ogen is 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 of 12.

d $P(som = 2) = \frac{1}{36}$

e Dit lijkt al veel meer op een normale verdeling.

f Des te meer worpen des te meer de verdeling op een normale verdeling gaat lijken.

4a De som van de kansen moet één zijn.

b Nee.

c Vanaf ongeveer 15 worpen begint het aardig op een normale verdeling te lijken.

5a Je kunt het gewicht van een pak koffie opvatten als de som van al die korrels die in één pak zitten.

b De pasgeboren jongens hebben een ander gemiddeld gewicht dan de pasgeboren meisjes. De normaalkromme van de som zal dus twee toppen hebben en niet klokvormig zijn.

c Slechts een gedeelte van de 55-jarigen mannen heeft last van overgewicht.
De verdeling zal dus niet symmetrisch zijn.