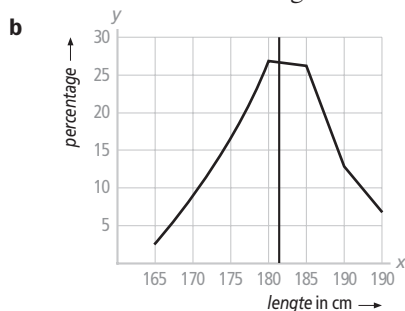


Hoofdstuk 8 - De normale verdeling

bladzijde 216

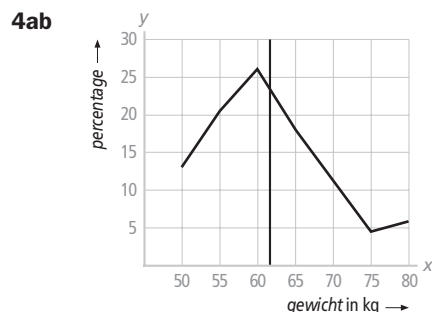
- 1a** Staafdiagram 3 want te verwachten is dat er elke maand ongeveer evenveel mensen jarig zijn. Dat is meteen ook de reden waarom de andere drie niet voldoen.
- b** Februari bestaat uit vier weken dus zal 25% van de in februari geboren mensen naar verwachting in de eerste week jarig zijn.
- c** December bevat 31 dagen dus zal in de eerste week naar verwachting $\frac{7}{31} \cdot 100 \approx 22,6\%$ jarig zijn.
- 2a** Iemand met een lengte van 177,3 cm valt in klasse C.



- c** De lengte wordt afgerond naar hele centimeters.
Een lengte van 167,5 tot 172,5 wordt afgerond van 168 tot en met 172.
- d** Niet precies maar je mag er vanuit gaan dat de lengten regelmatig over deze klassen zijn verdeeld.
- e** Deze klasse verloopt van 177,5 tot 182,5 en is dus vijf cm breed. Van 177,5 tot 181,5 is vier cm breed dus zal bij een gelijkmatige verdeling $\frac{4}{5}$ deel van de mannen binnen klasse C kleiner zijn dan 181,5 cm.
- f** $2,7\% + 8,6\% + 16,6\% + \frac{4}{5} \times 26,6\% \approx 49,2\%$ zal naar verwachting kleiner zijn dan 181,5 cm.

bladzijde 217

- 3a** De klassengrenzen zijn 39,5 en 42,5. De klasse is dus 3 cm breed. $\frac{0,5}{3} = \frac{1}{6}$ deel $\approx 0,17$ van de klasse dus 17% van de mannen uit de klasse 40-42 cm heeft een schouderbreedte van meer dan 42 cm.
- b** $0,17 \times 342 + 184 + 37 \approx 279$ mannen hebben een schouderbreedte meer dan 42 cm.
- c** Van 39,5 tot 40,5 is 1 cm dus $\frac{1}{3}$ deel ofwel ongeveer 33% van de mannen in klasse 40-42 cm heeft een schouderbreedte van minder dan 40,5 cm.

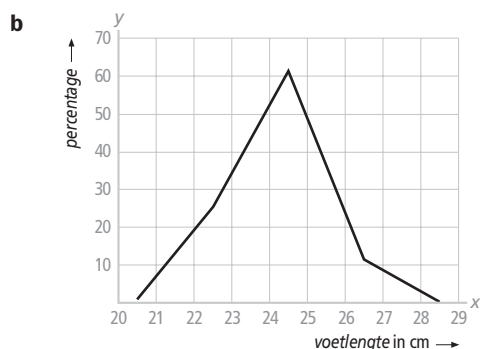


Als klassenmidde van de eerste en laatste klasse is 50 en 80 gekozen.

- c De klasse waar 61,6 kg in ligt loopt van 57,5 tot 62,5 cm dus vijf breed. Het deel wat minder weegt dan 61,6 kg is dan $\frac{61,6-57,5}{5} = \frac{4,1}{5} = 0,82$. Het percentage vrouwen dat minder weegt is dan $13,1 + 20,7 + 0,82 \times 26,2 \approx 55,3\%$.
- d Het zal wat meer zijn omdat het percentage richting gemiddelde toeneemt.

5a

voetlengte in cm	20-21	22-23	24-25	26-27	28-29
percentage	1,1	25,6	61,3	11,6	0,4



- c $\frac{21,2-19,5}{21,5-19,5} \times 54 \approx 46$ vrouwen hebben een voetlengte van minder dan 21,2 cm.
- d De doelgroep heeft dus een voetlengte van 21 tot 27 cm.
Deze doelgroep bevat $\frac{1}{4} \times 54 + 1282 + 3065 + \frac{3}{4} \times 578 = 4794$ vrouwen.
 $\frac{4794}{5000} \times 100 \approx 95,9\%$ van deze vrouwen valt binnen de doelgroep.

bladzijde 218

- 6a Als de klassenbreedte kleiner wordt gaat het staafdiagram meer op een berg lijken.
- b Omdat het totaal aantal waarnemingen verdeeld wordt over meer staven zullen de staven minder hoog zijn.
- c Bij tien criminelen zul je waarschijnlijk geen evenwichtige verdeling krijgen.
Bij 3000 criminelen is die kans wel heel groot.
- d $m - SD = 65,5 - 2,6 = 62,9$ en $m + SD = 65,5 + 2,6 = 68,1$
Bij een lengte van 63 inch hoort een klasse van 62,5 tot 63,5. Van deze klasse ligt 0,6 deel binnen de grenzen. Van de klasse 67,5 tot 68,5 ligt ook 0,6 deel binnen de grenzen. Dus tussen 62,9 en 68,1 zitten $0,6 \times 317 + 393 + 462 + 458 + 413 + 0,6 \times 264 \approx 2075$ criminelen.
Dat is $\frac{2075}{3000} \times 100 = 69\%$.

bladzijde 219

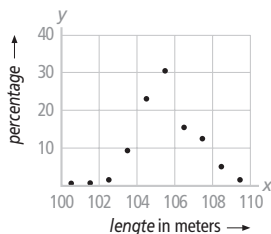
- 7a 50% is langer dan het gemiddelde
- b De langste 20% is groter dan $181 + 6 = 187$ cm.
Dit komt doordat de klokvorm symmetrisch is.
- 8a Het gemiddelde zit bij de top van de klokvorm en is ongeveer 141 mm.
- bc De frequenties tussen $141 - 5,5 = 135,5$ mm en $141 + 5,5 = 146,5$ mm zijn ongeveer $105 + 106 + 126 + 150 + 142 + 141 + 145 + 125 + 121 + 115 + 92 = 1378$.
 $\frac{1378}{2000} \times 100 \approx 69\%$. Dit klopt redelijk met de eerste vuistregel.

- d Het ziet er naar uit dat hier sprake is van een normale verdeling. Voor alle zekerheid zou je ook de tweede vuistregel moeten controleren.
- 9a Gemiddelde, mediaan en modus zijn bij een normale verdeling gelijk.
- b A: Nee, je hebt uitschieters naar rechts (zeer hoge inkomens)
B: Ja.
C: Ja.
D: Nee, je krijgt twee toppen.
E: Nee, er zijn veel meer baby's dan 100-jarigen.

bladzijde 220

10a

lengte in cm	100,5	101,5	102,5	103,5	104,5	105,5	106,5	107,5	108,5	109,5
percentage rollen	0,5	0,75	1,5	9,25	23	30,5	15,5	12,5	5	1,5

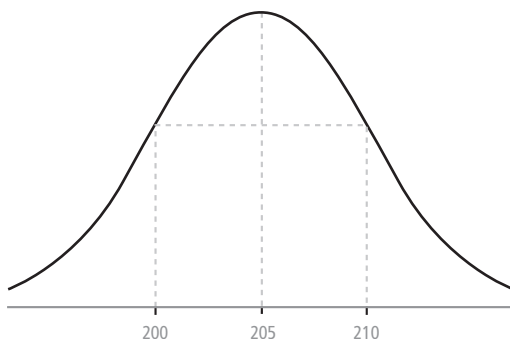


- b De kromme lijkt aardig op een klokvorm dus de verdeling kan normaal zijn.
- c Invoeren van de klassenmiddens en hun bijbehorende frequenties op de GR geeft een gemiddelde van 105,6 meter en een standaarddeviatie van 1,5 meter (1,5215124)
- d Tussen 104,1 en 107,1 ligt $0,9 \times 23 + 30,5 + 15,5 + 0,1 \times 12,5 \approx 68\%$ dus aan vuistregel één is voldaan.
Tussen 102,6 en 108,6 ligt $0,4 \times 1,5 + 9,25 + 23 + 30,5 + 15,5 + 12,5 + 0,6 \times 5 \approx 94\%$ dus ook vuistregel twee voldoet redelijk. Je mag dus concluderen dat de lengte normaal verdeeld is.
- e Gemiddeld zit er 105,6 meter op één rol en dat is 5,6 meter teveel.
Per dag zal er dus $9000 \times 5,6 = 50400$ meter stof teveel worden afgeleverd.

bladzijde 221

- 11 De helft van de leerlingen heeft een cijfer lager dan 5,9 (het gemiddelde) wat aangeeft dat de verdeling symmetrisch is.
Tussen 4,2 en 7,6 zitten $0,3 \times 110 + 248 + 273 + 136 + 0,1 \times 100 = 700$ leerlingen dus 70%.
Tussen 2,5 en 9,3 zitten $38 + 110 + 248 + 273 + 136 + 100 + 0,8 \times 51 = 946$ leerlingen dus 95%.
Aan beide vuistregels is redelijk voldaan dus mag je spreken van normale verdeling.
- 12a Nee, want door de 357 bezoekers in klasse [170, 190] kan het frequentiepolygoon nooit symmetrisch zijn.
- b Bij punt twee van de vorige bladzijde in je boek staat dat als het frequentiepolygoon geen klokvorm is, dat het zeker geen normale verdeling is.

- 13a** De leeftijd waarop men dienstplichtig was verschilde. Vanaf 1986 is de dienstplicht opgeheven en kon men alleen vrijwillig in dienst.
- b** Je gaat er dan vanuit dat de lengtes gelijkmatig over de klasse zijn verdeeld. Dit is een redelijke veronderstelling.
- c** $0,1 + 0,8 + 3,3 + 0,9 \times 11,5 \approx 14,6\%$ is kleiner dan 174 cm in 1987.
- d** Tussen 167,3 en 180,7 zit $0,44 \times 17,3 + 28,3 + 27,0 + 0,24 \times 14,4 \approx 66,4\%$.
Tussen 160,6 en 187,4 zit $0,78 \times 6 + 17,3 + 28,3 + 27,0 + 14,4 + 0,58 \times 4,5 \approx 94,3\%$.
Aan beide vuistregels is redelijk voldaan dus mag je aannemen dat de lengte in 1950 normaal verdeeld is.

bladzijde 222**14a**

- b** 50% zal een nettogewicht van meer dan 205 gram hebben.
- c** Tussen 200 en 210 gram zit volgens vuistregel één 68%.
Dus zal $32\% \div 2 = 16\%$ een nettogewicht hebben van minder dan 200 gram.
- d** Het gebied tussen 200 en 205 gram wordt steeds groter.
Tussen 200 en 202,5 gram zit dus minder dan 17%. Dit zal ongeveer 15% zijn.
- e** Volgens vuistregel twee zal $2\frac{1}{2}\%$ minder wegen dan 200 gram.
- 15** Volgens vuistregel één en de symmetrie ligt er tussen m en $m - s$ de helft van 68% dus 34%. Dat geldt ook voor het gebied van m tot $m + s$.
Volgens vuistregel twee ligt 95% tussen $m - 2s$ en $m + 2s$. Haal daar 68% vanaf en je houdt 27% over. Dus tussen $m - 2s$ en $m - s$ en tussen $m + s$ en $m + 2s$ ligt $\frac{1}{2} \times 27 = 13,5\%$. Links van $m - 2s$ en rechts van $m + 2s$ blijft dus nog $\frac{1}{2} \times 5 = 2,5\%$ over.

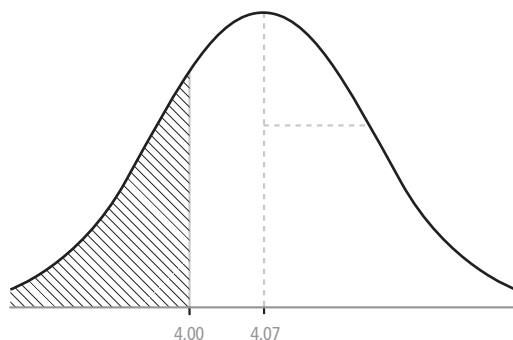
bladzijde 223

- 16a** $m - \frac{1}{2}s = 4,07 - \frac{1}{2} \cdot 0,12 = 4,01$. Op bladzijde 222 kun je aflezen dat links van $m - \frac{1}{2}s$; $15 + 9 + 4,5 + 2,5 = 31\%$ ligt.
- b** Tussen $m - 1\frac{1}{2}s$ en $m + 1\frac{1}{2}s$ ligt $100 - 2 \times 4,5 - 2 \times 2,5 = 86\%$.
- c** Ongeveer 29% zal een gewicht onder de 4,00 kg hebben.
- 17a** 38,21% is kleiner dan $-0,3$
- b** $100 - 38,21 = 61,79\%$ is groter dan $-0,3$
- c** 84,13% is kleiner dan 1,0 en 15,87% is kleiner dan $-1,0$
- d** Tussen $-1,0$ en 1,0 ligt $84,13 - 15,87 = 68,26\%$. Dit komt overeen met vuistregel één.

- 18a** Met vuistregel twee vind je dat 97,5% van de leerlingen een temperatuur vindt van 2 °C of lager.
- b** Uit de tabel volgt dat 34,46% een lagere temperatuur vindt dus 65,24% vindt een hogere temperatuur dan -0,4 °C.
- c** $81,59 - 24,20 = 57,39\%$ van de leerlingen vindt een temperatuur tussen -0,7 °C en 0,9 °C.
- d** Tussen -0,5 °C en 0,5 °C ligt $69,15 - 30,85 = 38,3\%$.

bladzijde 224

19a



- b** De ondergrens is nul en de bovengrens is vier kg.
Je mag als ondergrens ook -10^{99} nemen.
- c** TI: $\text{Normalcdf}(0; 4; 4,07; 0,12) = 0,2798$
Casio : STAT-DIST-NORM-Ncd ; Lower = 0; Upper = 4; $\sigma = 0,2$; $\mu = 4,07$ geeft $\text{prob} = 0,2798$
27,98% van de pakken heeft een gewicht minder dan 4,00 kg.

bladzijde 225

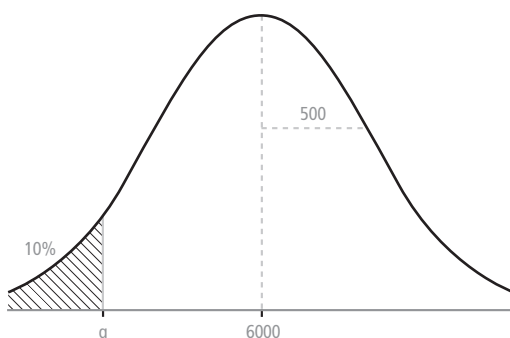
- 20a** TI: $\text{normalcdf}(-E99; 160; 181,3; 7) = 0,0012$
Casio: Ncd: Lower = -EXP99; Upper = 160; $\sigma = 7$; $\mu = 181,3$ geeft $\text{prob} = 0,0012$
0,12% was kleiner dan 160 cm.
- b** TI: $\text{normalcdf}(200; E99; 181,3; 7) = 0,0038$
Casio: Ncd: Lower = 200; Upper = EXP99; $\sigma = 7$; $\mu = 181,3$ geeft $\text{prob} = 0,0038$
0,38% is groter dan 200 cm.
- c** $100 - 0,12 - 0,38 = 99,5\%$ werd niet afgekeurd op hun lengte.
- 21a** TI: $\text{normalcdf}(49,9; 50,8; 50,6; 0,4) = 0,6514$
Casio: Ncd: Lower = 49,9; Upper = 50,8; $\sigma = 0,4$; $\mu = 50,6$ geeft $\text{prob} = 0,6514$
65,14% van de flesjes bevat tussen 49,9 en 50,8 cl.
- b** TI: $\text{normalcdf}(51; E99; 50,6; 0,4) = 0,1587$
Casio: Ncd: Lower = 51; Upper = EXP99; $\sigma = 0,4$; $\mu = 50,6$ geeft $\text{prob} = 0,1587$
15,87% van de flesjes bevat minder dan 51 cl.
- c** TI: $\text{normalcdf}(-E99; 50,1; 50,6; 0,4) = 0,1056$
Casio: Ncd: Lower = -EXP99; Upper = 50,1; $\sigma = 0,4$; $\mu = 50,6$ geeft $\text{prob} = 0,1056$
10,56% van de flesjes bevat minder dan 50,1 cl.

- 22a** Op grond van de redelijke klokvorm kun je beredeneren dat de longcapaciteit vrijwel normaal verdeeld is.
- b** TI: $\text{normalcdf}(-E99; 2\ 900; 4\ 100; 400)=0,0013$
Casio: Ncd: Lower = -EXP99; Upper = 2 900; $\sigma = 400$; $\mu = 4\ 100$ geeft $\text{prob}=0,0013$
0,13% van deze studenten zal een longcapaciteit kleiner dan $2\ 900\ \text{cm}^3$ hebben.
- c** $0,0013 \times 1\ 633 \approx 2$ dus gaat het om ongeveer twee studenten.
- d** TI: $\text{normalcdf}(2\ 300; 5\ 300; 4\ 100; 400)=0,9986$
Casio: Ncd: Lower = 2 300; Upper = 5 300; $\sigma = 400$; $\mu = 4\ 100$ geeft $\text{prob}=0,9986$
99,9% van de studenten heeft een longcapaciteit tussen 2 300 en $5\ 300\ \text{cm}^3$.
- 23a** TI: $\text{normalcdf}(-E99; 797; 800; 2)=0,0668$
Casio: Ncd: Lower = -EXP99; Upper = 797; $\sigma = 2$; $\mu = 800$ geeft $\text{prob}=0,0668$
6,7% van de planken is onbruikbaar.
- b** 1 000 planken komt dan overeen met $100 - 6,7 = 93,3\%$. Er moeten dus $\frac{1000}{93,3} \times 100 = 1072$ planken gezaagd worden om 1 000 goede over te houden.
- c** Vanwege de symmetrie is ook 6,7% van de planken te lang dus zijn er $0,067 \times 1\ 072 = 72$ planken die op maat moeten worden gemaakt.
Winst: $928 \times 3,25 + 72 \times 2,75 - 72 \times 2 = \text{€} 3.070,-$
- d** TI: $\text{normalcdf}(-E99; 797; 801; 2)=0,0228$
Casio: Ncd: Lower = -EXP99; Upper = 797; $\sigma = 2$; $\mu = 801$ geeft $\text{prob}=0,0228$
Er moeten dan dus $\frac{1000}{97,7} \times 100 = 1024$ planken gezaagd worden.
TI: $\text{normalcdf}(803; E99; 801; 2)=0,1587$
Casio: Ncd: Lower = 803; Upper = EXP99; $\sigma = 2$; $\mu = 801$ geeft $\text{prob}=0,1587$
Er moeten dan dus $0,1587 \times 1024 = 163$ planken op maat worden gemaakt.
Winst: $(1000 - 163) \times 3,25 + 163 \times 2,75 - 24 \times 2 = \text{€} 3.120,50$ dus is er meer winst en zijn er minder planken nodig.
- e** TI: $\text{normalcdf}(7-E99; 797; 902; 2)=0,0062$
Casio : Ncd : Lower=-EXP99; Upper = 797; $\sigma = 2$; $\mu = 802$ geeft $\text{prob}=0,0062$
In deze situatie moeten er $\frac{1000}{99,4} \times 100 = 1006$ planken worden gezaagd.
TI: $\text{normalcdf}(803 ; E99 ; 802 ; 2)=0,3085$
Casio : Ncd : Lower = 803 ; Upper = EXP99 ; $\sigma = 2$; $\mu = 802$ geeft $\text{prob}=0,3085$
Er moeten nu $0,3085 \times 1006 = 310$ planken op maat worden gemaakt.
Winst: $(1000 - 310) \times 3,25 + 310 \times 2,75 - 6 \times 2 = \text{€} 3.083,-$ dus bij deze instelling wordt minder winst gemaakt.

bladzijde 226

- 24a** Na 6000 uur zal 50% moeten worden vervangen.

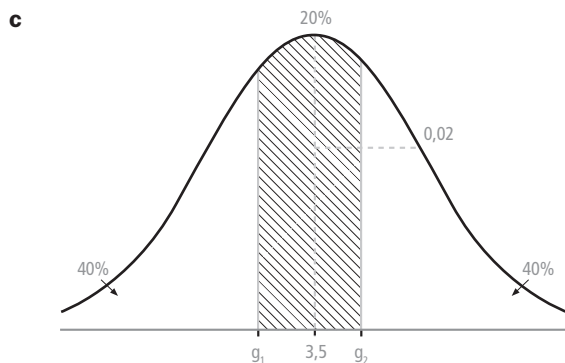
b



- c** TI: $\text{Invnorm}(0,10; 6\,000; 500)=5\,359,2$
 Casio: Stat-Dist – Norm – InvN – Area = 0,10; $\sigma = 500$; $\mu = 6\,000$ geeft 5 359,2
 Na 5 359 uur zal 10% van de lampen kapot zijn.

bladzijde 227

- 25a** TI: $\text{Invnorm}(0,07; 6\,000; 500)=5\,262,1$
 Casio: InvN: Area = 0,07; $\sigma = 500$; $\mu = 6\,000$ geeft 5 262,1
 Na 5 262 uur worden alle lampen vervangen.
- b** TI: $\text{Invnorm}(0,15; 2\,500; 200)=2\,292,7$
 Casio: InvN: Area = 0,15; $\sigma = 200$; $\mu = 2\,500$ geeft 2 292,7
 Na 2 293 uur is 15% kapot.
- c** Dat betekent dat 26% kapot is.
 TI: $\text{Invnorm}(0,26; 2\,500; 200)=2\,371,3$
 Casio: InvN : Area = 0,26; $\sigma = 200$; $\mu = 2\,500$ geeft 2 371,3
 Na 2 371 uur brandt nog maar 74%.
- 26a** Als 13% van de pakken hoort bij het hoogste vetgehalte heeft 87% een lager vetgehalte.
 TI: $\text{Invnorm}(0,87; 3,50; 0,02)=3,5225$
 Casio: InvN : Area = 0,87; $\sigma = 0,02$; $\mu = 3,50$ geeft 3,5225
 13% van de pakken heft een vetgehalte van minstens 3,52%.
- b** TI: $\text{Invnorm}(0,29; 3,50; 0,02)=3,4889$
 Casio: InvN : Area = 0,29; $\sigma = 0,02$; $\mu = 3,50$ geeft 3,4889
 29% van de pakken heft een vetgehalte minder dan 3,49%.



- TI: $\text{Invnorm}(0,40; 3,50; 0,02)=3,4949$
 Casio: InvN : Area = 0,40; $\sigma = 0,02$; $\mu = 3,50$ geeft 3,4949
 De linkergrens is dus 3,49% vet en vanwege de symmetrie is de rechtergrens dus 3,51% vet.

- 27a** Een redelijke schatting is natuurlijk 19,15 cm.
- b** TI: $\text{Normalcdf}(19; 19,5; 19,15; 1,06)=0,1856$
 Casio: Ncd : Lower = 19; Upper = 19,5; $\sigma = 1,06$; $\mu = 19,15$ geeft prob=0,18563
 $0,18563 \times 182 \approx 34$ leerlingen vinden een omtrek tussen 19,0 en 19,5 cm.
- c** TI: $\text{Invnorm}(0,45; 19,15; 1,06)=19,016$
 Casio: InvN : Area = 0,45; $\sigma = 1,06$; $\mu = 19,15$ geeft 19,016

De linkergrens is 19,02 cm en gezien de symmetrie moet de rechtergrens dan 19,28 cm zijn.

De 10% leerlingen die het dichtst bij het gemiddelde zitten meten een omtrek van 19,02 tot 19,28 cm.

d TI: $\text{Normalcdf}(-E99; 17,15; 19,15; 1,06)=0,0296$

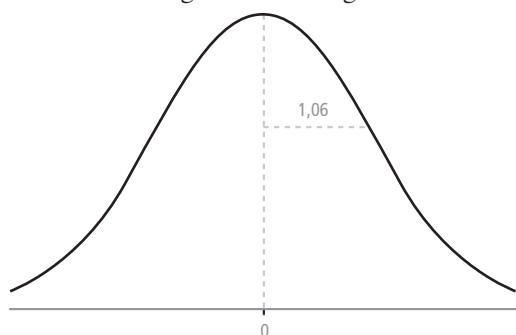
Casio : Ncd : Lower = -EXP99 ; Upper = 17,15 ; $\sigma = 1,06$; $\mu = 19,15$ geeft 0,029595

Vanwege de symmetrie meet ook 2,96% meer dan 21,15.

$2 \times 2,96 = 5,92\%$ van de leerlingen moet de meting twee keer uitvoeren.

e Deze kromme geeft aan hoe groot de fout is die bij een meting wordt gemaakt.

f



28a Als de gegevens alleen geheel zijn kan het frequentiepolygoon dus geen continue normaalkromme zijn.

b Door het grote aantal van 1 874 kandidaten mag je de normale verdeling toch toepassen.

c Je moet als grens 54,5 nemen.

TI: $\text{normalcdf}(-E99; 54,5; 51; 16)=0,5866$

Casio : Ncd : Lower = -EXP99 ; Upper = 54,5 ; $\sigma = 16$; $\mu = 51$ geeft 0,58657

$0,5866 \times 1874 \approx 1099$ kandidaten behaalden minder dan 55

d TI: $\text{invnorm}(0,93; 51; 16)=74,612$

Casio : InvN : Area = 0,93 ; $\sigma = 16$; $\mu = 51$ geeft 74,612

De beste 7% haalden geen score van 75 of meer.

bladzijde 228

29a TI: $\text{normalcdf}(-E99; 800; 850; 38)=0,0941$

Casio : Ncd : Lower = -EXP99 ; Upper = 800 ; $\sigma = 38$; $\mu = 850$ geeft $\text{prob}=0,094122$

9,41% van de flessen moeten opnieuw gevuld worden.

b

gemiddelde	860	865	870	875	880	885	890
percentage flessen minder dan 800 ml	5,72	4,36	3,27	2,42	1,76	1,26	0,89

c Bij een gemiddelde van 889 ml moet de fabrikant hoogstens 1% van de flessen opnieuw vullen. Bij een gemiddelde van 888 ml vind je nog 1,03%.

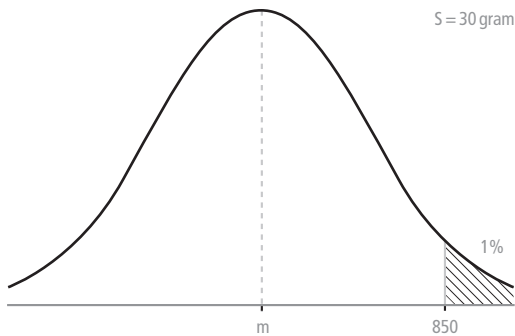
bladzijde 229

30a Hoe kleiner de standaarddeviatie des te smaller en hoger de klokvorm, des te kleiner het percentage links van 1 000 gram.

b	Standaarddeviatie	6,5	6,4	6,3	6,2	6,1	6,0
	Percentage	6,2	5,9	5,6	5,3	5,1	4,8

Uit de tabel blijkt dat de standaarddeviatie 6,0 gram gekozen moet worden om te zorgen dat hoogstens 5% van de pakken minder dan 1000 gram bevat.

31

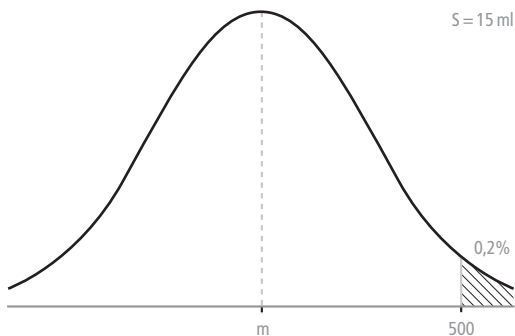


Volgens de tweede vuistregel moet μ kleiner zijn dan $850 - 2 \times 30 = 790$.

Gemiddelde	785	784	783	782	781	780
Percentage	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	0,98

Als het gemiddelde 780 gram wordt gekozen is niet meer dan 1% van de broden zwaarder dan 850 gram.

32a

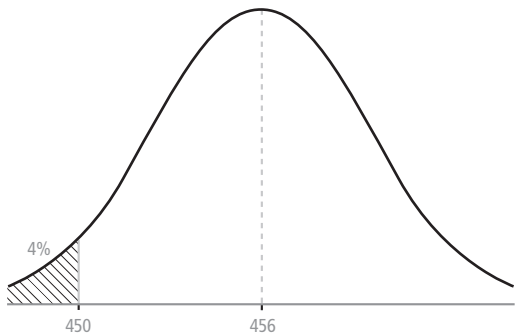


Volgens de tweede vuistregel moet μ kleiner zijn dan $500 - 2 \times 15 = 470$ ml.

Gemiddelde	460	459	458	457	456
Percentage	0,38	0,31	0,26	0,21	0,17

Als het gemiddelde 456 gram is zal minder dan 0,2% van de kuipjes overstromen.

b

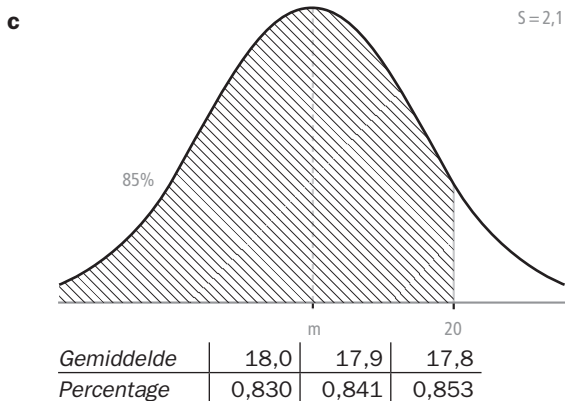


Volgens vuistregel twee is de afstand tussen 450 en 456 ml minder dan twee keer de standaarddeviatie.

Standaarddeviatie	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5
Percentage	2,6	3,0	3,5	3,9	4,3

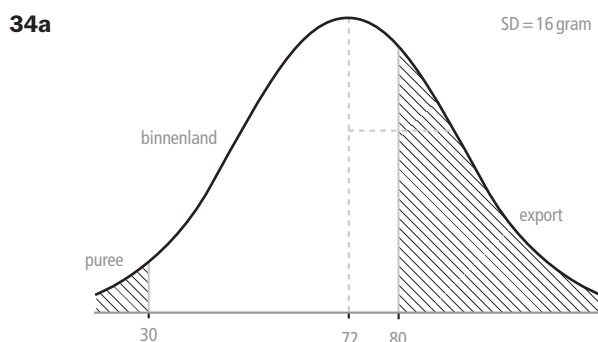
De standaarddeviatie mag hoogstens 3,4 ml zijn.

- 33a** TI: $\text{normalcdf}(-E99; 50; 43,1; 6,6)=0,8521$
 Casio: Ncd : Lower = -EXP99; Upper = 50; $\sigma = 6,6$; $\mu = 43,1$ geeft 0,85209
 Inderdaad rijdt 85% niet harder dan 50 km/uur.
- b** TI: $\text{normalcdf}(55; E99; 43,1; 6,6)=0,0357$
 Casio: Ncd : Lower = 55; Upper = EXP99; $\sigma = 6,6$; $\mu = 43,1$ geeft 0,035691
 Bij $0,0357 \times 1200 = 43$ metingen mag je een snelheid van meer dan 55 km/uur verwachten.



De gemiddelde passeersnelheid bij dit type drempels is 17,8 km/uur.

bladzijde 230



Binnenland:

TI: $\text{normalcdf}(30; 80; 72; 16)=0,6871$

Casio: Ncd : Lower = 30; Upper = 80; $\sigma = 16$; $\mu = 72$ geeft $\text{prob}=0,68713$

Puree:

TI: $\text{normalcdf}(-E99; 30; 72; 16)=0,0043$

Casio : Ncd : Lower = -EXP99; Upper = 30; $\sigma = 16$; $\mu = 72$ geeft $\text{prob}=0,00433$

Dus 0,43% is voor de puree, 68,71% is voor binnelands gebruik en

$100 - 0,43 - 68,71 = 30,85\%$ is voor de export.

b Binnenland:

TI: $\text{normalcdf}(30; 80; 80; 16)=0,4991$

Casio: Ncd : Lower = 30; Upper = 80; $\sigma = 16$; $\mu = 80$ geeft $\text{prob}=0,49911$

Puree:

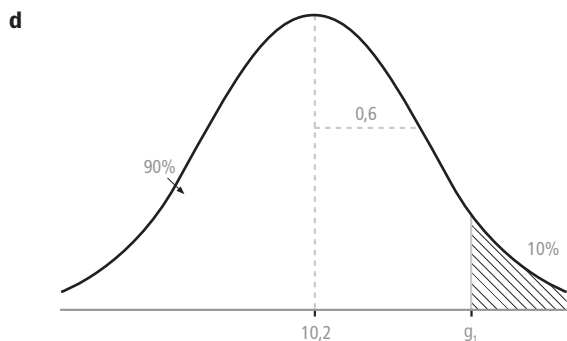
TI: $\text{normalcdf}(-E99; 30; 80; 16)=0,0009$

Casio : Ncd : Lower = -EXP99; Upper = 30; $\sigma = 16$; $\mu = 80$ geeft $\text{prob}=0,00089$

Nu is 0,09% voor de puree; 49,91% voor binnelands gebruik en

$100 - 0,09 - 49,91 = 50\%$ is voor de export.

- 35a** TI: $\text{normalcdf}(8,7; 9,7; 9,2; 0,6)=0,5953$
 Casio: Ncd : Lower = 8,7; Upper = 9,7; $\sigma = 0,6$; $\mu = 9,2$ geeft $\text{prob}=0,59534$
 In $0,5953 \times 100 = 60$ jaar van een eeuw verwacht je een temperatuur die minder dan een halve graad afwijkt van het gemiddelde.
- b** TI: $\text{normalcdf}(-E99; 8,5; 9,2; 0,6)=0,1217$
 Casio: Ncd : Lower = -EXP99; Upper = 8,5; $\sigma = 0,6$; $\mu = 9,2$ geeft $\text{prob}=0,12167$
 In $0,1217 \times 90 \approx 11$ jaar verwacht je een temperatuur met een gemiddelde onder de $8,5$ °C. Dit is dus iets minder dan de dertien.
- c** TI: $\text{normalcdf}(10,3; E99; 9,2; 0,6)=0,0334$
 Casio : Ncd : Lower = 10,3; Upper = EXP99 ; $\sigma = 0,6$; $\mu = 9,2$ geeft $\text{prob}=0,033376$
 Je kunt per eeuw dus ongeveer $0,0334 \times 100 = 3$ uitzonderlijke jaren verwachten.

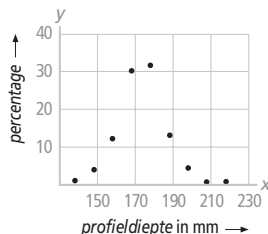


TI: $\text{Invnorm}(0,9; 10,2; 0,6)=10,97$
 Casio: InvN : Area = 0,9; $\sigma = 0,6$; $\mu = 10,2$ geeft $x = 10,968$.
 De 10% warmste jaren hebben een gemiddelde temperatuur van meer dan $10,97$ °C.

bladzijde 231

36a

profieldiepte (mm)	aantal	percentage
[1,33; 1,43>	2	1
[1,43; 1,53>	8	4
[1,53; 1,63>	25	12,5
[1,63; 1,73>	62	31
[1,73; 1,83>	65	32,5
[1,83; 1,93>	27	13,5
[1,93; 2,03>	9	4,5
[2,03; 2,13>	1	0,5
[2,13; 2,23>	1	0,5



- b** Met de klassenmiddens en de frequenties bepaal je met de grafische rekenmachine dat het gemiddelde $1,73$ mm en de standaarddeviatie $0,13$ mm is.
 Vuistregel één: Tussen $1,60$ en $1,86$ ligt $0,3 \times 12,5 + 31 + 32,5 + 0,3 \times 13,5 \approx 71\%$.
 Vuistregel twee: Tussen $1,47$ en $1,99$ ligt $0,6 \times 4 + 12,5 + 31 + 32,5 + 13,5 + 0,6 \times 4,5 \approx 9,5\%$.
 Er wordt redelijk aan de vuistregels voldaan.

- c** TI: normalcdf(1,6; 2,0 ; 1,75 ; 0,1)=0,9270
Casio : Ncd : Lower = 1,6 ; Upper = 2,0 ; $\sigma = 0,1$; $\mu = 1,75$ geeft prob=0,92689
Dus 92,7% van de banden heeft een profiel tussen 1,6 en 2,0 mm.
- d** TI: normalcdf(-E99; 1,6; 1,75; 0,1)=0,0668
Casio : Ncd : Lower = -EXP99 ; Upper = 1,6 ; $\sigma = 0,1$; $\mu = 1,75$ geeft prob=0,066807
Na de test moet 6,7% afgekeurd worden.
- e** TI: Invnorm(0,75; 1,75; 0,1)=1,82
Casio: InvN : Area = 0,75; $\sigma = 0,1$; $\mu = 1,75$ geeft $x = 1,8174$
De beste 25% banden hebben een profiel van minstens 1,82 mm.
- f** Hier is sprake van een binomiale verdeling met $n = 4$ en $p = 0,067$ (zie onderdeel d).
 $P(\text{minstens één band wordt afgekeurd}) = 1 - P(\text{geen enkele band wordt afgekeurd}) = 1 - 0,933^4 \approx 0,2422$

bladzijde 232

- I-1a** Je kunt aan het nummer zien dat het over 403 leerlingen gaat.
- b** De variabelen *schoenmaat, lengte, taille, armspan, handspan, schedel* en *gewicht* zijn lichaamsmaten.
- c** De klassenbreedte is 10 en er zijn 7 klassen.
- d** In de klasse van 80 tot 90.
- e** Je krijgt natuurlijk steeds meer en smallere staafjes. In het midden zitten de meeste waarnemingen. Hoe verder je vanuit het midden naar links of rechts gaat, des te minder waarnemingen per klasse.
- f** De klasse loopt van 7,85 tot 79,5.
- I-2a** Alleen bij de variabele *sexe* zie je geen klokvorm.
- b** Naarmate de afstand tot het gemiddelde groter wordt neemt het aantal waarnemingen af.

bladzijde 233

- I-3a** Als je werkt met 11 klassen en klassenmiddens 142; 147; ...; 192, dan is het gemiddelde 166,26 en de standaarddeviatie 8,27.
- b**
- | gem | sd | gem+sd | gem-sd | gem+2·sd | gem-2·sd |
|-----|-----|--------|--------|----------|----------|
| 166 | 8,3 | 174,3 | 157,7 | 182,6 | 149,4 |
- Tussen 157,7 en 174,3 liggen $(\frac{159,5-157,7}{5}) \cdot 59 + 90 + 96 + (\frac{174,3-169,5}{5}) \cdot 75 \approx 279$ waarnemingen. Dat is $\frac{279}{403} \cdot 100 \approx 69\%$.
- Tussen 149,4 en 182,6 liggen $\frac{0,1}{5} \cdot 6 + 17 + 59 + 90 + 96 + 75 + 34 + (\frac{182,6-179,5}{5}) \cdot 18 \approx 382$ waarnemingen. Dat is $\frac{382}{403} \cdot 100 \approx 95\%$. De vuistregels gelden hier.
- I-4** Het gemiddelde is 7,2 en de standaardafwijking is 1,9.
Tussen 5,3 en 9,1 liggen $0,7 \times 68 + 83 + 59 + 68 + 0,1 \times 39 \approx 262$ waarnemingen.
Dat is $\frac{262}{403} \cdot 100 \approx 65\%$.
Tussen 3,4 en 11,0 liggen $0,6 \times 15 + 35 + 68 + 83 + 59 + 68 + 39 + 26 \approx 387$ waarnemingen. Dat is $\frac{387}{403} \cdot 100 \approx 96\%$.
Ook nu is redelijk aan de vuistregels voldaan.

- I-5** De grafiek die hoort bij de normale benadering komt minder hoog maar is meer symmetrisch.
- I-6** Open hiervoor het bestand dat hoort bij opdracht 2a. Voeg een kolom toe met de klassenmiddens dus 142, 147,
Kies onder OPTIES weer de normale benadering waarbij je voor Waarnemingsgetallen de klassenmiddens kiest en voor Frequentie kies je Freq.
Kies dan optie GRAFIEK en laat weer voor zowel de frequentie als de normale benadering een lijngrafiek plotten.
Er is weinig verschil. De grafiek van de normale benadering is iets meer symmetrisch.

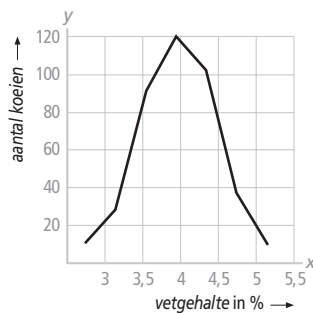
bladzijde 234

- I-7a** TI: normalcdf(-E99; 2 800; 3 000; 250)=0,2119
Casio: Ncd : Lower = -EXP99; Upper = 2 800; $\sigma = 250$; $\mu = 3000$ geeft prob=0,21185.
Dus 21,2% is kapot na 2 800 uur.
Op dezelfde manier vind je dat 5,5% kapot is na 2 600 uur.
- b** De kans links is inderdaad 0,0548.
- c** Door bij kans links 0,1 te kiezen krijg je als grens 2 679,6 121.
Het duurt dus 2 680 uur voordat 10% kapot is.

bladzijde 235

- I-8a** Kies eerst voor twee grenzen.
Kies dan als linkergrens 0 en als rechtergrens 190. De kans dat een leerling groter is dan 190 cm is dan 0,0019.
0,2% is dus langer dan 190 cm.
- b** Kies als linkergrens 160 en als rechtergrens 170. Bij Kansmidden staat dan 0,4502.
45% van de leerlingen heeft een lengte tussen 160 en 170 cm.
- c** Kies voor één grens en dan voor kans links 0,9. De 10% langste leerlingen zijn groter dan 176,6 cm.
- I-9a** Kies voor twee grenzen. Kies als linkergrens nul en als rechtergrens 51.
De kans is 0,1587.
Het percentage flesjes dat meer dan 51 cl cola bevat is 15,9%.
- b** Kies als linkergrens 49,9 en als rechtergrens 50,8. Het gevraagde percentage is 65,1%.
- I-10a** Kies voor één grens en als kans links 0,29. De 29% pakken met het laagste vetgehalte hebben een vetgehalte van maximaal 3,49%.
- b** Kies nu voor kans links 0,87. Deze 13% pakken hebben een vetgehalte van minstens 3,52%.
- I-11a** Kies voor één grens en $\mu = 45$ en kans links 0,24.
Schuif nu op de kromme de standaarddeviatie tot bij de grens 30 staat.
De gevraagde standaarddeviatie is 21,2 punten.

- b Kies nu kans links 0,97 en schuif de standaarddeviatie tot bij de grens 75 staat. De gevraagde standaarddeviatie is 16,0.

bladzijde 238**T-1a**

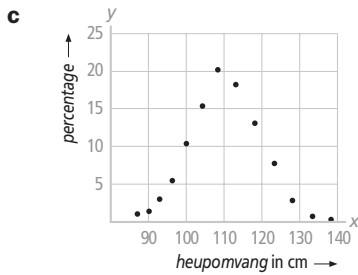
- b Deze klasse loopt van 3,75 tot 4,15%. Minder dan 4% is dan $\frac{4-3,75}{4,15-3,75} \times 100 = 62,5\%$.
- c Je gaat er vanuit dat de vetgehaltenes gelijkmatig over de gehele klasse zijn verdeeld. Aangezien deze klasse veel gegevens bevat is dit een redelijke veronderstelling.
- d Van deze 400 koeien gaven er ongeveer $11 + 29 + 91 + 0,625 \times 120 = 206$ melk met een vetgehalte van minder dan 4%.
- e 3,45% ligt in de klasse van 3,35 tot 3,75%. Uit deze klasse doet $\frac{3,75-3,45}{3,75-3,35} = \frac{3}{4}$ deel mee. 4,75% ligt in de klasse van 4,55 tot 4,95%. Uit deze klasse doet de helft mee want $\frac{4,75-4,55}{4,95-4,55} = \frac{1}{2}$. Het gaat dus over $0,75 \times 91 + 120 + 102 + \frac{1}{2} \times 37 \approx 309$ koeien. $\frac{309}{400} \times 100 \approx 77\%$ van de koeien geeft melk met een vetgehalte tussen 3,45% en 4,75%.

T-2a De grafiek is klokvormig.

- b Het gemiddelde is $\frac{1,66+1,78}{2} = 1,72$ meter.
- c De standaarddeviatie is $1,72 - 1,66 = 0,06$ meter.
- d Tussen 1,66 en 1,78 ligt 68%. De 32% die overblijft is vanwege de symmetrie gelijk verdeeld dus 16% is langer dan 1,78 m.
- e Het gemiddelde min twee keer de standaarddeviatie is 1,60 m. Volgens vuistregel twee is 2,5% kleiner dan 1,60 m. 97,5% van de vrouwen is dus groter dan 1,60 m.

T-3a $\frac{275}{4900} \times 100 = 5,6\%$ van de onderzochte vrouwen heeft maat 38.

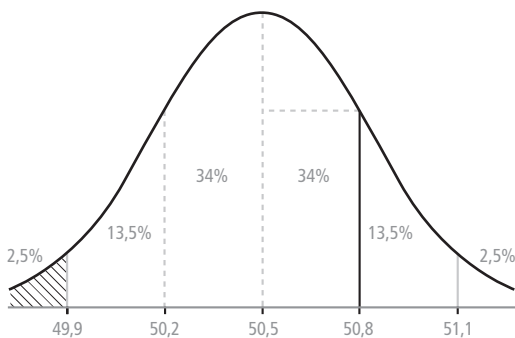
klassenmidden	percentage
87	1,1
90	1,4
93	3,1
96,25	5,6
100	10,4
104	15,4
108,25	20,2
113	18,2
118	13,1
123	7,8
128	2,8
133	0,8
138	0,2



- d** Vuistregel één: Tussen 100 en 118 cm zit
 $0,5 \times 10,4 + 15,4 + 20,2 + 18,2 + 0,5 \times 13,1 \approx 65,6\%$
 Vuistregel twee: Tussen 91 en 127 zit
 $\frac{1}{6} \times 1,4 + 3,1 + 5,6 + 10,4 + 15,4 + 20,2 + 18,2 + 13,1 + 7,8 + 0,5 \times 2,8 \approx 95,4\%$
 Aan beide vuistregels wordt redelijk voldaan.

bladzijde 239

T-4a



- b** Uit de klokvorm is af te leiden dat 16% van de flessen een inhoud van meer dan 50,8 cl heeft.
c Uit de klokvorm blijkt dat 2,5% van de flessen een inhoud heeft minder dan 49,9 cl. Net iets meer dan 2,5% bevat dus minder dan een halve liter.
d De gemiddelde inhoud per flesje is 50,5 cl. Per twintig flesjes kun je dus inderdaad $20 \times 0,5 = 10$ cl meer verwachten.

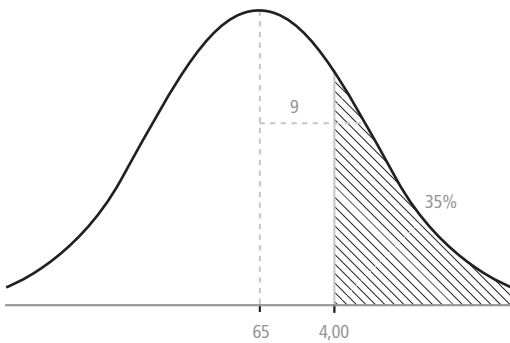
T-5a

TI: $\text{normalcdf}(7,45; E99; 7,4; 0,2) = 0,4013$
 Casio : Ncd : Lower = 7,45 ; Upper = EXP99 ; $\sigma = 0,2$; $\mu = 7,4$ geeft prob = 0,40129
 Dus ongeveer 40% van de mensen heeft een pH-waarde van minstens 7,45.

- b** TI: $\text{normalcdf}(-E99; 7,25; 7,4; 0,2) = 0,2266$
 Casio: Ncd : Lower = -EXP99; Upper = 7,25; $\sigma = 0,2$; $\mu = 7,4$ geeft prob = 0,22662
 22,7% van de mensen heeft een pH-waarde kleiner dan 7,25.

- c** TI: $\text{normalcdf}(7,30; 7,55; 7,4; 0,2) = 0,4648$
 Casio : Ncd : Lower = 7,30 ; Upper = 7,55 ; $\sigma = 0,2$; $\mu = 7,4$ geeft prob = 0,46483
 Bij 46,5% van de mensen ligt de pH-waarde tussen 7,3 en 7,55.

T-6a

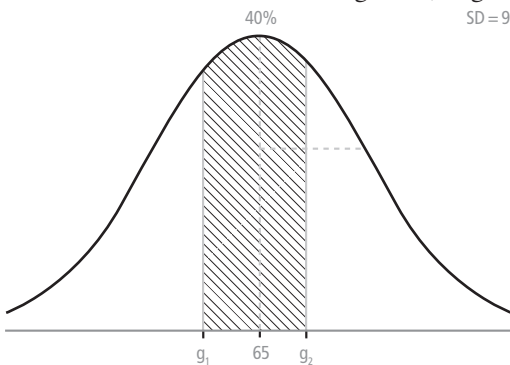


TI: $\text{invnorm}(0,65; 65; 9)=68,47$

Casio: InvN : Area = 0,65; $\sigma = 9$; $\mu = 65$ geeft $x = 68,467$

De 35% zwaarste vrouwen wegen 68,5 kg of meer.

b



TI: $\text{invnorm}(0,3; 65; 9)=60,28$

Casio: InvN : Area = 0,3; $\sigma = 9$; $\mu = 65$ geeft $x = 60,28$

Vanwege de symmetrie geldt dan dat $g_2 = 69,72$.

De gewichten van de 40% vrouwen die rond het gemiddelde liggen lopen van 60,3 tot 69,7 kg.

T-7a TI: $\text{normalcdf}(-E99; 985 ; 1\ 003 ; 12)=0,0668$

Casio : Ncd : Lower = -EXP99; Upper = 985; $\sigma = 12$; $\mu = 1003$ geeft $\text{prob}=0,066807$

In 6,7% van de pakken zal minder dan 985 gram zitten.

b Deze fabrikant voldoet niet aan de EG-norm want dan mag slechts 2,5% minder dan 985 gram bevatten.

c Dit gemiddelde zal volgens vuistregel twee net iets meer moeten zijn dan $985 + 2 \times 12 = 1009$.

gemiddelde	1009,1	1009,2	1009,3	1009,4	1009,5	1009,6	1009,7
percentage	2,23	2,19	2,14	2,10	2,06	2,02	1,98

Bij een gemiddelde van minstens 1009,7 gram is aan de EG-norm voldaan.

d De afstand van 985 tot 1003 is 18 dus zal de standaarddeviatie ongeveer 9 zijn.

standaarddeviatie	8,9	8,8	8,7
percentage	2,16	2,04	1,92

Bij een standaarddeviatie van hoogstens 8,7 gram is aan de EG-norm voldaan.