Hoofdstuk 6 - Formules met breuken en machten

bladzijde 146

V-1a $245 \times 316 = 77420$, dus $245\,000 \times 3160\,000 = \ 774\,200\,000\,000$
Dit laatste antwoord kun je ook schrijven als $7,742 \times 100\,000\,000\,000 = 7,742 \times 10^{11}$
b $12^{3,6} \times 25^{10} \approx \ 7,319 \times 10^{17}$
c $123000 : 8^9 = \ 9,16421413 \times 10^{-4} \approx 0,00092$
d 10^{-32} is een heel klein getal, namelijk 0,00....01, met 32 nullen voor de 1.
Het aantal watermoleculen is natuurlijk juist een heel groot getal.

V-2a $0,000\,000\,002\,3 = 2,3 \times 10^{-9}$
b $1\,285\,000\,000 = 1,285 \times 10^{9}$
c $0,000\,000\,000\,000\,000\,002\,5 = 2,5 \times 10^{-18}$
d $252\,800\,000\,000\,000\,000 = 2,528 \times 10^{17}$

V-3a $3,012 \times 0,000\,000\,0023 = 6,9276 \times 10^{-9}$
b $350\,000 \times 3,42 \times 10^{-8} = 1,197 \times 10^{-2}$
c $2,95 : (4,5 \times 10^{-13}) \approx 6,5556 \times 10^{12}$
d $(2,5 \times 10^{-12}) : (3,27 \times 10^{-18}) \approx 7,64526 \times 10^{5}$

bladzijde 147

V-4a 3% van iets nemen betekent vermenigvuldigen met 0,03.
Er is op aarde dus $0,03 \times 1,4 \times 10^{18} = 4,2 \times 10^{16}$ m^3 = $4,2 \times 10^{19}$ liter zoet water.
b Opgeslagen in de ijskappen is $0,643 \times 4,2 \times 10^{16} \approx 2,7 \times 10^{16}$ m^3 zoet water.
c De oppervlakte van de aarde is $4 \times \pi \times 6370^2 \approx 5,1 \times 10^8$ km^2.
$\frac{2}{3}$ deel is water, dit is dus $\frac{2}{3} \times 5,1 \times 10^8 \approx 3,4 \times 10^8$ km^2.
d De ijskappen van Antarctica en Groenland bevatten $2,7 \times 10^{16}$ m^3 water.
Wanneer dit verdeeld wordt over $3,4 \times 10^8 \times 10^6 = 3,4 \times 10^{14}$ m^2 dan zal de zeespiegel
$\dfrac{2,7 \times 10^{16}}{3,4 \times 10^{14}} \approx 79$ m stijgen.

V-5a Noem de vergrotingsfactor *k,* 1 cm = 10^{-2} m.
Dan geldt: $80 \times 10^{-9} \times k = 4 \times 10^{-2} \Rightarrow k = \dfrac{4 \times 10^{-2}}{80 \times 10^{-9}} = 500\,000$.
Het virus is dus 500 000 keer vergroot.
b De bacterie is $\dfrac{2 \times 10^{-6}}{80 \times 10^{-9}} = 25$ keer zo groot.
c Dat virus zie je dan met een grootte van $150 \times 10^{-9} \times 900\,000 = 0,135$ m = 13,5 cm.
d Hiervan kunnen er $\dfrac{10^{-3}}{4 \times 10^{-9}} = 250\ 000$ op 1 mm want $1 \text{ mm} = 10^{-3}$ m .

bladzijde 148

1a Elk lid krijgt $\dfrac{2000}{25} = 80$ kalenders mee.
b Wanneer het aantal verkopers toeneemt, neemt het aantal kalenders per verkoper af.

c Elk lid krijgt dan $\frac{2000}{a}$ kalenders mee, dus geldt $K = \frac{2000}{a}$, waarbij K het aantal kalenders is dat zij meekrijgen.

d $O = 5T$, want elke verkochte kalender brengt 5 euro op.

bladzijde 149

2a Het verband $O = 5T$ is recht evenredig en het verband $K = \frac{2000}{a}$ is omgekeerd evenredig.

b Recht evenredig: $8y = x$ en $x + y = 5$, omgekeerd evenredig: $x \cdot y = 7$ en $y = \frac{1}{2x}$.

3a $x = 10 \Rightarrow y_1 = \frac{200}{10} = 20$; $x = 10 \Rightarrow y_2 = 200 \cdot 10 = 2000$;
$x = 10 \Rightarrow y_3 = 200 \cdot 10 + 50 = 2050$

b Dat geldt alleen voor de formule $y_2 = 200x$.

c Dat geldt voor de formule $y_1 = \frac{200}{x}$.

d Bij een recht evenredig verband is het startgetal 0, de grafiek is een rechte lijn door de oorsprong.
Bij een lineair verband hoeft het startgetal niet 0 te zijn, de grafiek is een rechte lijn.

e Bij de formule $y_1 = \frac{200}{x}$ heeft de grafiek niet in elk punt dezelfde helling.

f Beide grafieken hebben hetzelfde hellingsgetal, namelijk 200.

4a

soort drank	I in cm^3	p in%	$I \times p$
bier	250	5	1250
cola-tic	160	8	1280
wijn	100	12	1200
sherry	50	18	900
jenever	35	35	1225

b De hoeveelheid genuttigde pure alcohol is in alle gevallen ongeveer gelijk.

c De sherry wijkt het meeste af.

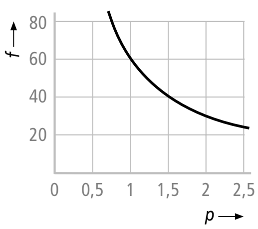
d Wanneer ook voor Wodka geldt dat $I \times p \approx 1225$ is dan geldt dus
$24 \times p = 1225 \Rightarrow p = \frac{1225}{24} = 51$ Het alcoholpercentage van Wodka is dan ongeveer 51%.

e $I \times p = 1225 \Rightarrow I = \frac{1225}{p} \Rightarrow p = \frac{1225}{I}$

5a 70 slagen per minuut, de periode is dan $\frac{60}{70} \approx 0,86$ seconden.

b $p = \frac{60}{f}$ seconden.

c



d De grafiek heeft verticale asymptoot de f-as en horizontale asymptoot de p-as.

e In het model kan het aantal slagen per minuut heel groot worden of heel klein, in werkelijkheid kan dat niet voorkomen.

bladzijde 150

6a Vloeroppervlakte is 2000 m^2, dus $V = 2$.

De jaarprijs wordt dan $P = 13 + \frac{12}{2} = 19$ euro per m^2.

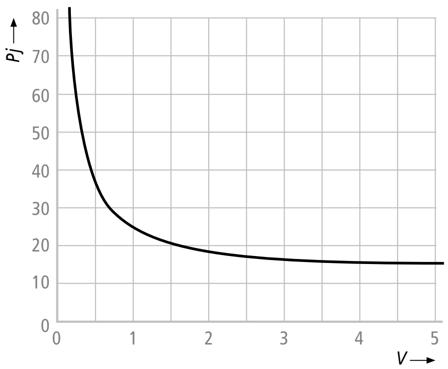
De totale kosten worden dan $2000 \cdot 19 = 38\ 000$ euro per jaar.

b Dit bedrag is als volgt berekend: $560 \cdot (13 + \frac{12}{0{,}560}) = 19\,280$ euro.

c

klant	*vloeroppervlakte in m^2*	*totale kosten in euro*
ADS	560	19280
Express	1200	27600
Fashion	140	13820
Supra	3500	57500

d

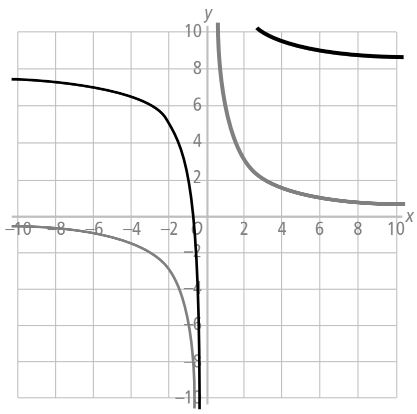


Wanneer je voor V steeds grotere waarden neemt zal P naar 13 euro per m^2 naderen.

e Wanneer je voor V waarden dicht bij 0 neemt zal P onbeperkt groot worden.

7a De grafiek van y_1 heeft verticale asymptoot $x = 0$ en horizontale asymptoot $y = 8$.
De grafiek van y_2 heeft verticale asymptoot $x = 0$ en horizontale asymptoot $y = 0$.

b



c De grafiek van y_1 is hetzelfde als de grafiek van y_2, maar dan 8 omhoog geschoven.

bladzijde 151

8a $x = 5 \Rightarrow y_1 = \frac{10}{5} = 2$; $x = 5 \Rightarrow y_2 = \frac{10}{5} + 8 = 10$; $x = 5 \Rightarrow y_3 = \frac{-10}{5} + 8 = 6$

b $x = 10 \Rightarrow y_1 = \frac{10}{10} = 1$; $x = 10 \Rightarrow y_2 = \frac{10}{10} + 8 = 9$: $x = 10 \Rightarrow y_3 = \frac{-10}{10} + 8 = 7$

c Nee, deze regel geldt alleen voor formule y_1 .

d De grafieken van y_2 en y_3 zijn elkaars spiegelbeeld in de lijn $y = 8$.

9a 10 tekensets: $GK = 5 + \frac{4000}{10} = 405$ euro.

100 tekensets: $GK = 5 + \frac{4000}{100} = 45$ euro.

10000 tekensets: $GK = 5 + \frac{4000}{10\,000} = 5{,}40$ euro.

Hoe meer tekensets er geproduceerd worden hoe meer je de vaste kosten van 4000 euro spreidt, dus hoe lager de gemiddelde kosten worden.

b De horizontale asymptoot is de lijn $GK = 5$, dit betekent dat de gemiddelde kosten naar 5 euro naderen als er steeds meer geproduceerd wordt.

c Opgelost moet worden: $5 + \frac{4000}{T} < 5{,}25$.

Voer op de rekenmachine in $Y_1 = 5 + \frac{4000}{X}$ en $Y_2 = 5{,}25$ en bepaal het snijpunt.

Je vindt $X = 16\,000$. Dus bij een productie van meer dan 16 000 tekensets zijn de gemiddelde kosten lager dan € 5,25.

d $GK(1000) = 5 + \frac{4000}{1000} = 9$ en $GK(1001) = 5 + \frac{4000}{1001} = 8{,}996$.

Bij een productie van 1000 tekensets dalen de gemiddelde kosten met 0,4 eurocent per set.

e De totale kosten K bij de productie van T tekensets zijn de gemiddelde kosten per set keer het aantal sets, dus: $K = T \cdot GK = T\left(5 + \frac{4000}{T}\right) = 5T + 4000$.

f De vaste kosten zijn 4000 euro.

10a Bij een productie van 5000 cd's zijn de productiekosten per cd:

$K = \frac{4500}{5000} + 0{,}25 = 1{,}15$ euro.

De prijs die gerekend wordt per cd is $p = -0{,}003 \cdot 5000 + 16{,}25 = 1{,}25$ euro.

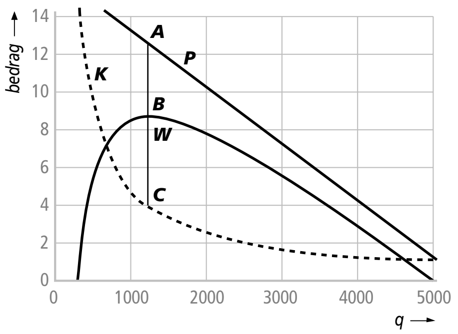
De winst per cd is dan 0,10 euro en de totale winst dus $5000 \cdot 0{,}10 = 500$ euro.

b Je vindt de winst per cd door van de prijs per cd de productiekosten per cd af te trekken.

Dus: $W = p - K = (-0{,}003q + 16{,}25) - \left(\frac{4500}{q} + 0{,}25\right) = -0{,}003q + 16{,}25 - \frac{4500}{q} - 0{,}25 =$

$-0{,}003q + 16{,}00 - \frac{4500}{q}$

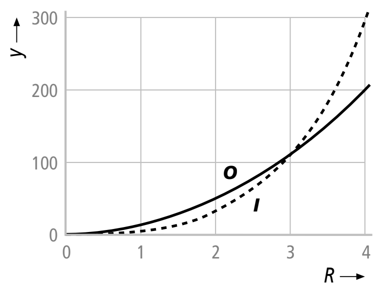
c De maximale winst per cd vind je door W in te voeren als Y_1 in je rekenmachine en het maximum te bepalen. Je vindt dan maximale winst per cd 8,65 euro bij een productie van 1225 cd's.

d 

e In de figuur zie je het antwoord van opdracht c als de grootste afstand tussen de grafieken van p en K, dit is het lijnstuk AC, en heeft een lengte van 8,65 euro. Je ziet het antwoord ook als de top van de grafiek van W, punt B, dit ligt op een hoogte van 8,65 euro.

f Nee, je kunt wel een grote winst per cd maken, maar wanneer je er maar een paar verkoopt is de totale winst toch laag. Wanneer de winst per cd wat kleiner is en je er daardoor veel verkoopt is de totale winst vaak hoger.
Een winst van 3 euro per cd bij een verkoop van 100 geeft een totale winst van 300 euro, maar een winst van 2 euro per cd bij een verkoop van 200 cd's geeft een totale winst van 400 euro.
Hier is de totale winst maximaal als $q = 2667$, de prijs is dan 8,25 euro en de kosten per cd zijn dan 1,94 euro. De winst per cd is dan maar 6,31 euro, maar je verkoopt er 2667.
$2667 \times 6,31 = 16\,828,77$ euro winst, terwijl $1225 \times 8,65 = 10\,596,25$ euro winst is.

bladzijde 152

11a 

b Voor $0 < R < 3$ geldt dat de inhoud een kleiner getal geeft dan de oppervlakte.

c De formule voor de oppervlakte kun je ook anders schrijven, namelijk:

$O = 4\pi R^2 \Rightarrow R^2 = \dfrac{O}{4\pi}$.

R^2 invullen in de formule voor de inhoud geeft:

$I = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot R^2 \cdot R = \frac{4}{3}\pi \cdot \dfrac{O}{4\pi} \cdot R = \frac{1}{3} \cdot O \cdot R$

d Wanneer $R > 3$ is $\frac{1}{3}R > 1$, dus wordt O met een getal groter dan 1 vermenigvuldigd en dus is dan $I > O$.

e Omdat $x^6 = x^2 \cdot x^4$ en $x^2 > 1$ als $x > 1$, wordt x^4 vermenigvuldigd met een getal groter dan 1 en dus is dan $x^6 > x^4$.

12 Dan krijg je de formule $y = c \cdot x^0 = c$. Een rechte lijn, evenwijdig aan de x-as.

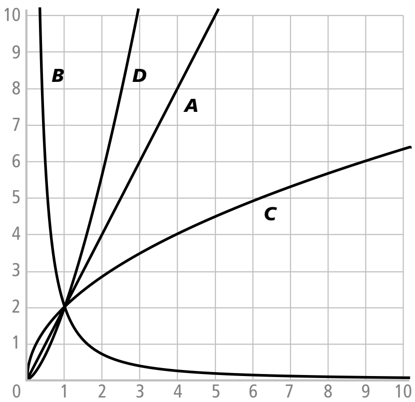
13a Het punt $(1,1)$ ligt voor elke waarde van n op de grafiek want $1^n = 1$ voor elke n.

b Kijk eerst waar de grafieken elkaar snijden, dus los op $15x^2 = 0{,}15x^3$, dit geeft:
$15x^2 = 0{,}15x^3 \Rightarrow 15x^2 - 0{,}15x^3 = 0 \Rightarrow 0{,}15x^2(100 - x) = 0 \Rightarrow x = 0$ of $x = 100$.
Omdat x^3 op den duur sneller stijgt dan x^2 zal dus voor $x > 100$ de grafiek van y_2 boven die van y_1 liggen.

c Dan is de grafiek dalend en dus is $n < 0$

bladzijde 153

14a



A: $y = 2x$
B: $y = 2x^{-1,5}$
C: $y = 2x^{0,5}$
D: $y = 2x^{1,5}$

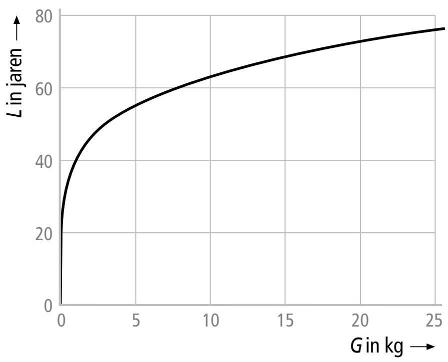
b Met de rekenmachine vind je het snijpunt $(1,1)$.

c Dat is het punt $(1,1)$.

d $y = 2x: 2x = 3 \Rightarrow x = 1\frac{1}{2}$
$y = 2x^{-1,5}: 2x^{-1,5} = 3 \Rightarrow x^{-1,5} = 1\frac{1}{2} \Rightarrow \left(x^{-1,5}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(1\frac{1}{2}\right)^{-\frac{2}{3}} \Rightarrow x \approx 0{,}76$
$y = 2x^{0,5}: 2x^{0,5} = 3 \Rightarrow x^{0,5} = 1{,}5 \Rightarrow \sqrt{x} = 1{,}5 \Rightarrow x = 1{,}5^2 = 2{,}25$
$y = 2x^{1,5}: 2x^{1,5} = 3 \Rightarrow x^{1,5} = 1{,}5 \Rightarrow \left(x^{1,5}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(1{,}5\right)^{\frac{2}{3}} \Rightarrow x \approx 1{,}31$

15a $L = 11{,}75 \cdot G^{0,2} \Rightarrow L = 11{,}75 \cdot 4000^{0,2} \approx 61{,}7$
De levensverwachting is dus ongeveer 62 jaar.

b



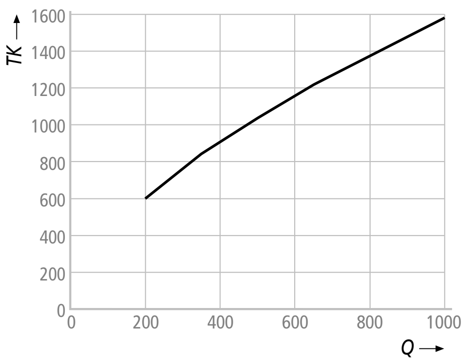
c Een mens weegt ongeveer 80 kg. Volgens deze formule zou de levensverwachting dan zijn $L = 11{,}75 \cdot 80^{0,2} \approx 28{,}2$, dus ongeveer 28 jaar en dat klopt niet.

16a $H = 241 \cdot G^{-0,25} \Rightarrow H = 241 \cdot 4000^{-0,25} \approx 30{,}3$ Het hart van een olifant maakt dus ongeveer 30,3 slagen per minuut.

b Karla: $H_{Karla} = 241 \cdot 50^{-0,25} \approx 90,6$
Haar man: $H_{man} = 241 \cdot 100^{-0,25} \approx 76,2$. Dus $H_{man} = 76,2 \neq \frac{1}{2} \cdot 90,6$

c Opgelost moet worden $40 = 241 \cdot G^{-0,25}$. Met de rekenmachine geeft dit: $G \approx 1318$ kg.

17a



b Uit de vorm van de grafiek bij de tabel blijkt dat de gezochte functie afnemend stijgend is, dus $0 < n < 1$. Wat proberen geeft dat de formule $TK = 25 \cdot Q^{0,6}$ redelijk goed voldoet.

18a Plot de grafiek van $T = 17,3 \cdot G^{0,25}$.
Je ziet dat de grafiek stijgend is, dus klopt de uitspraak: "Hoe groter het lichaamsgewicht, hoe groter de circulatietijd van het bloed"
Het verband is niet recht evenredig, want er is geen verband van de vorm $y = ax$.

b $T_{eland} = 17,3 \cdot 300^{0,25} \approx 72$ seconden: $T_{hond} = 17,3 \cdot 30^{0,25} \approx 40,5$ seconden:
$T_{konijn} = 17,3 \cdot 3^{0,25} \approx 22,8$ seconden: $T_{muis} = 17,3 \cdot 0,030^{0,25} \approx 7,2$ seconden.

c Uit de plot van opdracht a blijkt dat de grafiek afnemend stijgend is. De verschillen zijn dan in het begin het grootst. Dus zal de circulatietijd tussen een rat en een geit meer verschillen dan tussen een koe en een paard.

d Noem de circulatietijden G en $10G$.
Er geldt dan: $T_{10G} = 17,3 \cdot (10G)^{0,25} = 17,3 \cdot 10^{0,25} \cdot G^{0,25} = 10^{0,25} \cdot 17,3 \cdot G^{0,25} \approx 1,78 \cdot T_G$.
Wanneer het gewicht dus tien keer zo groot wordt, wordt de circulatietijd 1,78 keer zo groot, dus zeker geen tien keer.

bladzijde 154

19a $P = k \cdot v^3 \Rightarrow 51 = k \cdot 5^3 \Rightarrow 51 = 125 \cdot k \Rightarrow k = \frac{51}{125} = 0,408$

b $P = k \cdot v^3 \Rightarrow 397 = k \cdot 10^3 \Rightarrow 397 = 1000 \cdot k \Rightarrow k = \frac{397}{1000} = 0,397$
$P = k \cdot v^3 \Rightarrow 694 = k \cdot 12^3 \Rightarrow 694 = 1728 \cdot k \Rightarrow k = \frac{694}{1728} \approx 0,402$
$P = k \cdot v^3 \Rightarrow 1358 = k \cdot 15^3 \Rightarrow 1358 = 3375 \cdot k \Rightarrow k = \frac{1358}{3375} \approx 0,402$

c Gemiddelde waarde voor k wordt: $(0,408 + 0,397 + 0,402 + 0,402) : 4 \approx 0,402$

d Neem $k = 0,402$ dan krijg je $P = 0,402 \cdot v^3$.

v	*gemeten P*	*berekende P*	*afwijking in%*
5	51	50,25	1,4
10	397	402	1,3
12	694	694,66	0,1
15	1358	1356,75	0,09

bladzijde 155

20a De waarde van n is groter dan 1 want de tabel is toenemend stijgend.

b c kun je alleen berekenen als de waarde van n geen rol speelt, dat is bij $x = 1$ het geval want $1^n = 1$ voor elke waarde van n. Dus $c \cdot 1^n = 5 \Rightarrow c = 5$

c Hoe verder punten uit elkaar liggen, hoe minder de invloed is van kleine meetfouten.

d $y = 5 \cdot x^n \Rightarrow 140 = 5 \cdot 8^n \Rightarrow 8^n = 28$
Voer op de rekenmachine in: Y1 = 8^X en Y2 = 28. De optie Intersect geeft X $\approx$ 1,60
De formule wordt dus: $y = 5 \cdot x^{1,60}$.

21a De macht van S is kleiner dan 1 want de tabel is afnemend stijgend.

b Neem $S = 1$. Je krijgt dan: $12{,}1 = p \cdot 1^q \Rightarrow p = 12{,}1$.
Neem nu $S = 5$. Dan krijg je: $53{,}2 = 12{,}1 \cdot 5^q \Rightarrow 5^q = \dfrac{53{,}2}{12{,}1} = 4{,}40$
Met de rekenmachine vind je $q \approx 0{,}92$. Dus $M = 12{,}1 \cdot S^{0,92}$

c De macht van M is groter dan 1, want als de grafiek van M als functie van S afnemend stijgend is, is de grafiek van S als functie van M toenemend stijgend.

d $M = 12{,}1 \cdot S^{0,92} \Rightarrow S^{0,92} = \left(\dfrac{M}{12{,}1}\right) \Rightarrow S = \left(\dfrac{M}{12{,}1}\right)^{\frac{1}{0,92}} \Rightarrow S = \left(\dfrac{1}{12{,}1}\right)^{\frac{1}{0,92}} \cdot M^{\frac{1}{0,92}} \Rightarrow S \approx 0{,}07 \cdot M^{1,09}$

22a $M = 50$ lees je af bij het vierde verticale streepje na 10 op de horizontale as, want na 10 staan de streepjes voor 20, 30, 40, 50, ... Je vindt dan $P = 60$.

b Bijvoorbeeld:

M	0,9	30	300
P	4	40	200

c Met het gegeven dat $M = 1$ geeft $P = 4$, vind je: $4 = c \cdot 1^n \Rightarrow c = 4$.
$M = 300$ geeft $P = 200 \Rightarrow 200 = 4 \cdot 300^n \Rightarrow 300^n = 50$
Met de rekenmachine vind je: $n \approx 0{,}69$. Dus $P = 4 \cdot M^{0,69}$

d Het skeletgewicht is 85 kg. Volgens de formule van opdracht 21 geeft dit een gewicht $M = 12{,}1 \cdot 85^{0,92} \approx 721$ kg.
De energie die dan per minuut nodig is, is dan: $P = 4 \cdot 721^{0,69} \approx 375$ energie-eenheden per minuut.
Dit komt overeen met $\dfrac{375}{350} \approx 1{,}07$ liter zuurstof.

e $Z = \dfrac{P}{350}$ want één liter zuurstof komt overeen met 350 energie-eenheden.
$P = 4 \cdot M^{0,69}$, vul dit in in de eerste formule en dan vind je:
$Z = \dfrac{4 \cdot M^{0,69}}{350} \Rightarrow Z = \dfrac{4}{350} \cdot M^{0,69} \Rightarrow Z = 0{,}0114 \cdot M^{0,69}$.

bladzijde 156

23a $C = \dfrac{5}{3} \approx 1{,}67$ cl siroop per cl water.

b $C = \dfrac{5}{20} = 0{,}25$ cl siroop per cl water.

c Omdat w maximaal 30 cl kan worden is de concentratie minimaal als $w = 30$.
De minimale concentratie is dan $C = \dfrac{5}{30} \approx 0{,}17$ cl siroop per cl water.

d Een formule voor C is $C = \dfrac{5}{w}$ cl siroop per cl water.

e C en w zijn omgekeerd evenredig.

24a Maak eerst een tekening met de gegevens.
$b = 5, l = 8$ geeft $I = 8 \times 5 \times 16 = 640$ cm^3.

b Om van cm^3 naar liters te komen moet je door 1000 delen, want 1 liter is 1000 cm^3.
In cm^3 is de formule $I = l \cdot b \cdot 2l = 2bl^2$. In liters wordt dit dan $I = 0{,}001 \cdot 2l^2 b = 0{,}002 l^2 b$

c Met $b = 5$ wordt de formule $I = 0{,}002 l^2 \cdot 5 = 0{,}01 l^2$

d Wanneer je de lengte twee keer zo groot maakt wordt de inhoud vier keer zo groot, want de l moet je kwadrateren.
Tussen I en l is er een kwadratisch verband en tussen I en l^2 is er een recht evenredig verband.

bladzijde 157

25a $h = d = 5 \Rightarrow I = 0{,}785 \cdot 5^2 \cdot 5 = 98{,}125$ cm^3.

b Wanneer diameter en hoogte gelijk zijn geldt de formule $I = 0{,}785 \cdot d^2 \cdot h = 0{,}785 d^3$, dus een derdegraads verband.

c $I = 475 \Rightarrow 475 = 0{,}785 d^2 h \Rightarrow h = \dfrac{475}{0{,}785 d^2} \approx \dfrac{605}{d^2}$

d Wanneer de diameter wordt verdubbeld wordt de hoogte vier keer zo klein, omdat in de noemer de diameter in het kwadraat staat.

e h en d^2 zijn omgekeerd evenredig.

f Wanneer de inhoud 5 keer zo groot wordt, wordt ook de constante in de formule vijf keer zo groot.

26a Het verband wordt beschreven door een formule met een breuk.

b Omdat v, de snelheid, in de noemer staat betekent dit dat de emissie afneemt als de snelheid toeneemt, want als je deelt door een groter getal wordt de uitkomst kleiner.

c Ja, maar dan moet de snelheid wel zo hoog zijn dat
$\dfrac{196}{v} < 0{,}6 \Rightarrow 196 < 0{,}6v \Rightarrow v > \dfrac{196}{0{,}6} \approx 327$ km/uur.

d De emissie is altijd groter dan 4,4 gram per km want $\dfrac{196}{v}$ is altijd groter dan 0, ongeacht de snelheid.

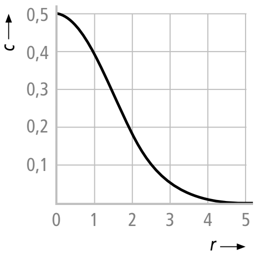
27a Als $r = 0$, dan meet je dus direct bij de bron van de gifwolk. De concentratie is daar dus de concentratie van de ontsnapte gifwolk, m.

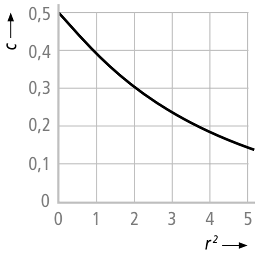
b

r	r^2	C
0	0	0,5
1	1	0,39
$\sqrt{2} \approx 1{,}41$	2	0,3042
2	4	0,185075
3	9	0,053434
4	16	0,009386
5	25	0,001003
6	36	0,000065

c $r = 2 \Rightarrow C = 0{,}185075$, wanneer r drie keer zo groot wordt, dus 6, dan is de concentratie 0,000065, dus $\frac{0{,}185075}{0{,}000065} \approx 2847$ keer zo klein.
Dit geldt niet voor andere waarden van r, van $r = 1$ naar $r = 3$ wordt de concentratie $\frac{0{,}39}{0{,}053434} \approx 7$ keer zo klein.

d r^2 staat als exponent bij het grondtal 0,780, dus is het verband tussen C en r^2 exponentieel.

e 



De linker grafiek beschrijft het verband tussen C en r, je ziet dat de concentratie vlak bij de bron, dus als r nog klein is, niet zo snel afneemt, maar verder van de bron neemt de concentratie heel sterk af.
Bij de rechter grafiek, die het verband tussen C en r^2 beschrijft zie je een veel geleidelijker verspreiding.

f De rechter grafiek die het verband tussen C en r^2 beschrijft geeft de situatie beter weer. Dat komt omdat het gif zich in alle richtingen kan verspreiden en daardoor neemt de concentratie snel af.

bladzijde 158

28a Trek een verticale lijn bij $G = 900$ en een horizontale lijn bij $t = 75$. Het snijpunt komt tussen de lijnen van $T = 160°$ en $T = 190°$ terecht, dus schat dat de oventemperatuur 175° moet worden.

b Nee, Joop heeft geen gelijk want neem een stuk van 0,5 kg, dat kost 100 minuten bij 100°, maar een stuk van 1 kg kost geen 200 minuten, maar ongeveer 140 minuten.

c Neem het voorbeeld van opdracht b.
$G = 0{,}5$ kg en $T = 100°$. De formule geeft dan $t = \frac{8000 \cdot 0{,}5 + 6000}{100} = 100$ minuten.
$G = 1{,}0$ kg en $T = 100°$. De formule geeft dan $t = \frac{8000 \cdot 1{,}0 + 6000}{100} = 140$ minuten.
Dus een twee keer zo groot gewicht betekent niet een twee keer zo lange braadtijd.

d Het is minder dan twee keer.

e Waarschijnlijk niet. Het vlees braad dan niet maar verbrand gewoon.

29a Het te verwachten hersengewicht is $VH = 12{,}3 \cdot 70^{0{,}67} \approx 212$ gram. Het werkelijke hersengewicht wijkt dus ongeveer $\frac{1260 - 212}{212} \times 100\% \approx 494\%$ hiervan af.

b Het te verwachten hersengewicht is dus 1260 gram. Dit invullen in de formule geeft:
$1260 = 12{,}3 \cdot L^{0{,}67} \Rightarrow L^{0{,}67} = \frac{1260}{12{,}3} \Rightarrow L = \left(\frac{1260}{12{,}3}\right)^{\frac{1}{0{,}67}} \approx 1000$ kg.

bladzijde 159

30a Er geldt dat $a = v \cdot t_{reactie}$. $t_{reactie}$ is een constante die afhangt van de automobilist(e). En dus zijn a en v recht evenredig.

b $v = 60$ km/uur $\Rightarrow v = \dfrac{60000}{3600}$ m/s $\Rightarrow v = 16,6667$ m/s.

Dus $a = v \cdot t_{reactie} \Rightarrow a = 16,6667 \cdot 0,5 = 8,33$ meter.

c v km/uur is $\dfrac{1000v}{3600} = \dfrac{v}{3,6}$ m/s. Dus $a = \dfrac{v}{3,6} \cdot t_{reactie}$ meter.

d b is op zijn kleinst als de wrijvingscoëfficiënt op zijn grootst is dus $c = 1$.

Dan geldt $b = \dfrac{1}{254 \cdot 1} \cdot 80^2 \approx 25,2$ meter.

e

v (km/uur)	*c*	*b (m)*	*v (km/uur)*	*c*	*b (m)*
30	0,4	$\frac{1}{254 \cdot 0,4} \cdot 30^2 \approx 8,86$	120	0,4	$\frac{1}{254 \cdot 0,4} \cdot 120^2 \approx 141,73$
30	0,6	5,91	120	0,6	94,49
30	0,8	4,43	120	0,8	70,87

Uit bovenstaande tabel blijkt dat de verschillen in afstand bij 30 km/uur veel minder zijn dan bij 120 km/uur.

f Voor deze banden en deze snelheid geldt: $b = \dfrac{1}{254 \cdot 0,7} \cdot 50^2 \approx 14,06$ meter. Hij moet dus andere banden kopen.

g Met $c = 0,8$ wordt de waarde van b gelijk aan: $b = \dfrac{1}{254 \cdot 0,8} \cdot 50^2 \approx 12,30$.

Met $c = 0,6$ wordt de waarde van b gelijk aan: $b = \dfrac{1}{254 \cdot 0,6} \cdot 50^2 \approx 16,40$.

Van $c = 0,8$ naar $c = 0,7$ scheelt het 1,76 meter. Van $c = 0,7$ naar $c = 0,6$ scheelt het 2,34 meter. Hoe slechter de banden worden hoe meer invloed dat heeft.

h De remweg is 65 meter. Dus $65 = \dfrac{1}{3,6} \cdot v \cdot 0,5 + \dfrac{1}{254 \cdot 0,5} \cdot v^2 \Rightarrow 65 = \dfrac{1}{7,2} v + \dfrac{1}{127} v^2$

Voer in de rekenmachine in Y1 = 65 en Y2 = $\dfrac{1}{7,2}$X + $\dfrac{1}{127}$X^2. Met Intersect vind je 82,46.
De snelheid is ongeveer 82 km/uur.

bladzijde 160

I-1a Snelheid 30 km/uur $\Rightarrow t = \dfrac{1200}{30} = 40$ minuten.

Snelheid 3 km/uur $\Rightarrow t = \dfrac{1200}{3} = 400$ minuten, dus 6 uur en 40 minuten.

Snelheid 300 km/uur $\Rightarrow t = \dfrac{1200}{300} = 4$ minuten.

b Wanneer je bij een lage snelheid, iets harder gaat rijden heeft dat direct een grote invloed op de reisduur.

I-2a De stop duurt 12 minuten, want de grafiek is 12 omhooggeschoven.

b De formule wordt dan $t = \dfrac{1200}{v} + 12$.

c De grafiek nadert de lijn $t = 12$, dit betekent dat de reistijd altijd, ongeacht de snelheid meer dan 12 minuten duurt.

I-3a De schuifparameter *a* maakt de grafiek steiler of minder steil.
b De schuifparameter *d* laat de hele grafiek naar boven of beneden schuiven.
c 1. Wanneer de grafiek gaat door (1, 4) dan geldt $d + \frac{a}{1} = 4 \Rightarrow a + d = 4$, mogelijke oplossingen zijn dus $a = 1$ en $d = 3$, of $a = 2$ en $d = 2$ of ….
2. Wanneer de horizontale asymptoot is $y = -4$, dan is $d = -4$, de waarde van *a*, maakt niet uit.
3. Waneer de grafiek gaat door (3, 5) dan geldt $d + \frac{a}{3} = 5 \Rightarrow a + 3d = 15$, mogelijke oplossingen zijn $a = 3$ en $d = 4$, of $a = 6$ en $d = 3$.
Dus bij de opdrachten 1 en 3 zijn er meerdere oplossingen mogelijk.

bladzijde 161

I-4a Bij de grafiek van A hoort de asymptoot: *kosten* = 45.
b Die staat na de breuk, dus: *kosten* = 30.
c De verticale asymptoot van de grafiek van formule B is de lijn *aantal* = 0.

I-5a Bij een productie van 40 stuks geldt: $TK = 90 \cdot 40 + 60 = 3660$ euro.
De gemiddelde kosten zijn dan $\frac{3660}{40} = 91{,}50$ euro.
b $GK = \frac{TK}{g} = \frac{90g + 60}{g} = 90 + \frac{60}{g}$
c Door de grafiek van: *kosten* = 105 met VU-grafiek te tekenen, kun je met behulp van de functie TRACE, het snijpunt vinden, dit wordt $g = 4$.
d Wanneer de gemiddelde kosten 100 euro per stuk bedragen dan kun je met VU-grafiek of je rekenmachine vinden dat $g = 6$. De totale kosten zijn dan $6 \cdot 100 = 600$ euro.
e De betekenis van de horizontale asymptoot bij de grafiek van *GK* is dat de gemiddelde kosten per product nooit onder de 90 euro zullen komen.
f Wanneer je met de schuifparameter de waarde van *a* verandert, dan komt het snijpunt hoger te liggen, wanneer *a* groter wordt en het snijpunt komt lager te liggen wanneer *a* kleiner wordt. De *a* geeft in feite de vaste kosten aan.
Wanneer je de waarde van *d* verandert, dan komt het snijpunt ook hoger of lager te liggen. De *d* geeft de productiekosten van één stuks gereedschap aan.

I-6a Wanneer de hoogte van de poster *h* is en de breedte *b*, geldt voor de oppervlakte: $Oppervlakte = h \cdot b$ en voor de omtrek: $Omtrek = 2h + 2b$.
Hier geldt dus: $h \cdot b = 1{,}2 \Rightarrow b = \frac{1{,}2}{h}$ en $2h + 2b = 4{,}5 \Rightarrow 2b = 4{,}5 - 2h \Rightarrow b = 2{,}25 - h$
b Grafiek A, de hyperbool, hoort bij de oppervlakte en de rechte lijn, grafiek B, hoort bij de omtrek.
c Bij de snijpunten zijn de maten zodanig dat aan beide eisen, zowel voor de oppervlakte als voor de omtrek voldaan is.

d Bij een vierkante poster geldt dat de hoogte en breedte beide $\sqrt{1,2} \approx 1,10$ meter zijn.
De omtrek is dan $omtrek = 4 \cdot \sqrt{1,2} \approx 4,38$ meter.

e Je houdt dan 12 cm frame over.

f Wanneer je van *f* twee maal de hoogte aftrekt houdt je tweemaal de breedte over. Dit gedeeld door 2 geeft de breedte, dus is *f* blijkbaar de beschikbare hoeveelheid frame.

g Wanneer de poster 3 meter hoog moet worden, moet je de schuifparameter zo veranderen dat de lijn door het punt met $h = 3$ van grafiek A gaat. Je vindt dan dat $f = 6,80$.
Je hebt dus 6,80 meter frame nodig, bij de gegeven oppervlakte van 1,2 m^2.

I-7a De horizontale asymptoot van y_1 is de lijn $y = 0$, de verticale asymptoot is de lijn $x = 0$.
De horizontale asymptoot van y_2 is de lijn $y = 10$, de verticale asymptoot is de lijn $x = 0$.
De horizontale asymptoot van y_3 is de lijn $y = 0$, de verticale asymptoot is de lijn $x = 0$.

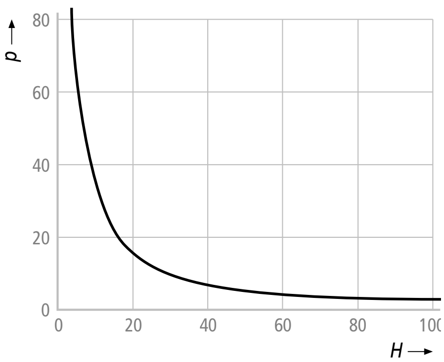
b $x = 4 \Rightarrow y_1 = \frac{8}{4} = 2$; $x = 4 \Rightarrow y_2 = -\frac{8}{4} + 10 = -2 + 10 = 8$; $x = 4 \Rightarrow y_1 = \frac{8}{2 \cdot 4} = 1$

c $x = 8 \Rightarrow y_1 = \frac{8}{8} = 1$; $x = 4 \Rightarrow y_2 = -\frac{8}{8} + 10 = -1 + 10 = 9$; $x = 4 \Rightarrow y_1 = \frac{8}{2 \cdot 8} = \frac{1}{2}$

d Nee, dat geldt alleen voor de formules y_1 en y_3 .

bladzijde 164

T-1a



Je kunt voor *H* geen waarden invullen, waardoor het vochtgehalte meer dan 100 zou worden, want dat kan niet, dus moet *H* > 3,2 cm zijn.

b Wanneer de planten minimaal 28 cm boven het grondwater moeten wortelen dan geldt $H = 28 \Rightarrow W = 90 - 28 = 62$ cm.

c Je moet nu beide formules combineren:

$$\left.\begin{aligned} p &= \frac{320}{H} \\ H &= 90 - W \end{aligned}\right\} \Rightarrow p = \frac{320}{90 - W}$$

d $p = 5 \Rightarrow \frac{320}{H} = 5 \Rightarrow H = \frac{320}{5} = 64$ cm en $p = 10 \Rightarrow \frac{320}{H} = 10 \Rightarrow H = \frac{320}{10} = 32$.
De hoogte boven het grondwater moet tussen 32 en 64 cm zijn. De wortels mogen maximaal 58 cm diep komen.

e Nee, want dan staat er in de formule van opdracht c een 0 in de noemer en delen door 0 kan niet.

T-2a De oppervlakte van het stuk land is 150 m^2, dus $l \times b = 150$. Omdat $b = 3 \Rightarrow l \cdot 3 = 150 \Rightarrow l = 50$.
De benodigde lengte afrastering is dan: $50 + 3 + (50 - 3) + 3 + 3 = 106$ meter. Dit kost $106 \times 12 = 1272$ euro.

b Voor de oppervlakte geldt: $O = l \times b \Rightarrow 150 = l \times b \Rightarrow l = \dfrac{150}{b}$.

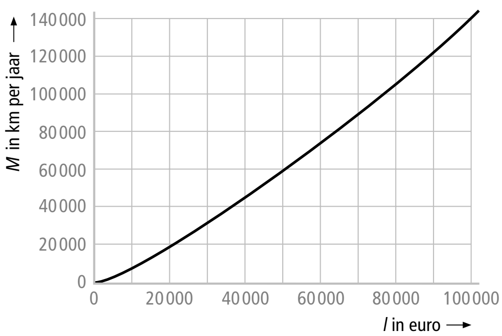
c De totale lengte, zonder hekken wordt:
$TL = l + b + (l - 3) + b + b = 3b - 3 + 2l = 3b - 3 + 2 \cdot \dfrac{150}{b} = 3b - 3 + \dfrac{300}{b}$.

d Het voordeligst is de minimale lengte. Voer TL in als $Y1$ in je rekenmachine en bepaal het minimum van deze functie. Je vindt de minimale lengte als $b = 10$ meter en $l = 15$ meter.

De benodigde lengte is 57 meter afrastering.

T-3a $I = 30\,000 \Rightarrow M = 0{,}07 \cdot 30\,000^{1{,}26} \approx 30\,639$ km.

b



Bij een jaarinkomen van 30.000 euro is de mobiliteit 30.639 km.
Bij een jaarinkomen van 60.000 euro is de mobiliteit 73.378 km. Dit is een stijging van $\dfrac{73378 - 30638}{30638} \times 100\,\% \approx 139\,\%$
Hierboven is het berekend met een voorbeeld. Je kunt het percentage ook algemeen berekenen.
Wanneer het jaarinkomen twee maal zo groot wordt, dan kun je de stijging van de mobiliteit als volgt berekenen: M_I is de mobiliteit bij een bepaald inkomen. M_{2I} is de mobiliteit bij een tweemaal zo groot inkomen.
Er geldt: $M_{2I} = 0{,}07 \cdot (2 \cdot I)^{1{,}26} = 0{,}07 \cdot 2^{1{,}26} \cdot I^{1{,}26} = 2^{1{,}26} \cdot 0{,}07 \cdot I^{1{,}26} = 2^{1{,}26} \cdot M_I$.
De mobiliteit wordt dus $2^{1{,}26} \approx 2{,}39$ maal zo groot en stijgt dus met 139%.

c Plot de grafiek die het verband aangeeft tussen *I* en *M*.
$M = 0{,}07 \cdot I^{1{,}26} \Rightarrow I^{1{,}26} = \dfrac{M}{0{,}07} \Rightarrow I = \left(\dfrac{M}{0{,}07}\right)^{\frac{1}{1{,}26}} \Rightarrow I = \left(\dfrac{1}{0{,}07}\right)^{0{,}794} \cdot M^{0{,}794} \Rightarrow I = 8{,}25 \cdot M^{0{,}794}$
Plot deze grafiek en bekijk met de functie Value bijvoorbeeld het inkomen bij $M = 20\,000$ km en bij $M = 40\,000$ km. Je vindt dan $I = 21452$ euro en $I = 37195$ euro.
Een stijging van $\dfrac{37195 - 21452}{21452} \times 100\,\% = 73{,}4\,\%$.
Om de mobiliteit te verdubbelen moet het jaarinkomen met 73,4% stijgen.

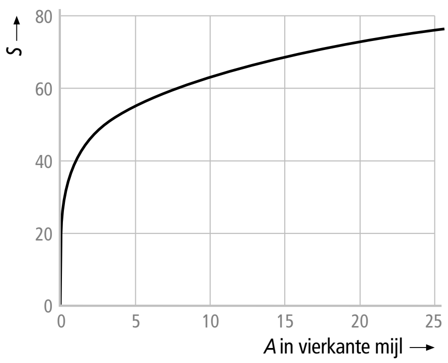
bladzijde 165

T-4a Uit de tabel volgt dat als $A=1$ dan is $S=40$.
Dus $40 = k \cdot 1^n \Rightarrow k = 40$

b Nu je weet welke waarde k heeft, wordt de formule $S = 40 \cdot A^n$.
Uit de tabel blijkt dat bij $A=5$, $S=52$. Dus $52 = 40 \cdot 5^n$.
Voer beide delen in je rekenmachine in als Y1 en Y2, en bepaal het snijpunt. Je vindt $n \approx 0{,}2$.
De formule wordt $S = 40 \cdot A^{0,2}$.

c Waneer er 75 vogelsoorten zijn geldt: $75 = 40 \cdot A^{0,2} \Rightarrow A^{0,2} = \frac{75}{40} \Rightarrow A = \left(\frac{75}{40}\right)^5 \approx 23$.
Het gebied heeft dus een oppervlakte van ongeveer 23 vierkante mijl.

d Wanneer de oppervlakte van Zion National Park A is, dan is de oppervlakte van Yellowstone Park dus $10 \cdot A$. Voor het aantal vogelsoorten geldt dan:
$S_{yellow} = 40 \cdot (10 \cdot A)^{0,2} = 40 \cdot 10^{0,2} \cdot A^{0,2} = 10^{0,2} \cdot 40 \cdot A^{0,2} = 10^{0,2} \cdot S_{zion}$
Het aantal vogelsoorten in Yellowstone Park is dus $10^{0,2} \approx 1{,}6$ keer zo groot als in Zion National Park.

e 

f Neem een gebied van 3 vierkante mijl, dat heeft dus volgens de formule $S = 40 \cdot 3^{0,2} \approx 50$ vogelsoorten. Komt daar 50 vierkante mijl bij dan wordt het aantal $S = 40 \cdot 53^{0,2} \approx 88$, een toename van 38.
Neem een gebied van 40 vierkante mijl, dat heeft $S = 40 \cdot 40^{0,2} \approx 84$ vogelsoorten. Komt daar 50 vierkante mijl bij dan wordt het aantal $S = 40 \cdot 90^{0,2} \approx 98$, een toename van 14.
Het kleinere gebied krijgt er dus de meeste vogelsoorten bij, want de grafiek is afnemend stijgend.

T-5a Door de tijd in de noemer te zetten wordt de breuk kleiner als de tijd groter wordt en dat is ook de bedoeling: de temperatuur moet lager worden naarmate de tijd verstrijkt.

b De eerste poging van Aisha heeft als nadeel dat de breuk geen waarde heeft voor $t=0$ en ook net na 0 is de waarde van de breuk erg groot. In de eerste formule is dus de begintemperatuur, de temperatuur op $t=0$ niet terug te vinden. Door $t+c$ in de noemer te zetten verschuift de grafiek naar links en kun je er voor zorgen dat de begintemperatuur goed uitkomt.

c Uiteindelijk moet de temperatuur van het pak frisdrank de temperatuur van de koelkast worden en die is 6 °C. Dus is $T=6$ een horizontale asymptoot.

d Wanneer t groter wordt gaat de breuk naar 0, dus de formule naar b. De eindtemperatuur moet naar 6 gaan, dus $b = 6$.
Met $c = 6$ en de gegevens uit de tabel, bijvoorbeeld $t = 10$ geeft $T = 10$ krijg je nu:

$$T = \frac{a}{t+c} + b \Rightarrow T = \frac{a}{t+5} + 6 \Rightarrow 10 = \frac{a}{10+5} \Rightarrow 10 = \frac{a}{15} \Rightarrow a = 150$$

De formule wordt dus: $T = \dfrac{150}{t+5} + 6$

T-6a $G = 360\,000 \Rightarrow O = 0{,}1 \cdot 360\,000^{0{,}67} \Rightarrow O \approx 528$ m^2.

b $O = 350$ m^2 $\Rightarrow 350 = 0{,}1 \cdot G^{0{,}67} \Rightarrow G^{0{,}67} = 3500 \Rightarrow G = (3500)^{\frac{1}{0{,}67}} \approx 194\,829$ kg.
De hoeveelheid vracht die het vliegtuig kan meenemen is dan
$194.829 - 150.000 = 44.829$ kg.

c Nee, wanneer het oppervlak bijvoorbeeld 700 m^2 is wordt het draagvermogen
$G = (7000)^{\frac{1}{0{,}67}} \approx 548\,217$ kg.
Dit is dus bijna drie keer zo groot als bij $O = 350$ m^2 (zie opdracht b).